

ECONOMETRÍA II:
ECONOMETRÍA DE SERIES TEMPORALES

Series temporales: introducción

● **Definición: Serie económica.** Una serie económica (inglés: "economic series") es simplemente una serie de datos económicos $x_0, x_1, \dots, x_t, \dots, x_T$.

Ejemplos: PIB, inflación, número de desempleados, etc.

● **Definición: Proceso estocástico.** Un proceso estocástico ("stochastic process") es una serie de variables estocásticas $x_0, x_1, \dots, x_t, \dots, x_T$.

Ejemplo: Una serie de datos económicos puede ser considerada como una realización de un proceso estocástico.

• **Definición: Autocovarianza de retardo k .** La autocovarianza ("autocovariance") de retardo k de un proceso estocástico, denotado $Cov(x_t, x_{t-k})$, se define como

$$E[(x_t - \mu_t)(x_{t-k} - \mu_{t-k})],$$

donde $\mu_t = E(x_t)$ y $\mu_{t-k} = E(x_{t-k})$.

• **Definición: Estacionaridad débil.** Un proceso estocástico es estacionario débil ("weakly stationary") o estacionario en covarianza ("covariance stationary") si:

$$E(x_t) = \mu \text{ para todo } t$$

$$E[(x_t - \mu)(x_{t-k} - \mu)] = \gamma_k \text{ para todo } t$$

Nota 1: Efectivamente esto significa que ni la media $E(x_t)$ ni la covarianza $E[(x_t - \mu)(x_{t-k} - \mu)]$ dependen del tiempo t .

Nota 2: Estacionaridad débil es una propiedad *no condicional*. Por ejemplo, $E(x)$ es la media no condicional y $E(x|y)$ es la media condicional en y , y $Cov(x, y)$ es la covarianza no condicional y $Cov(x, y|z)$ es la covarianza condicional en z .

Nota 3: Cuando $k = 0$ entonces $E[(x_t - \mu)(x_{t-k} - \mu)]$ es igual a la varianza $E(x_t - \mu)^2 = Var(x_t)$.

Ejemplo: Ruido blanco ("white noise").

- **Definición: Ergodicidad.** Un proceso estocástico estacionario débil con media μ es ergódico en la media si

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_t \longrightarrow \mu$$

en probabilidad ("convergencia en probabilidad")

- **Definición: Función de autocovarianza.** La función de autocovarianza de un proceso estocástico estacionario débil se define como la serie de autocovarianzas

$$\text{Cov}(x_t, x_{t-0}), \text{Cov}(x_t, x_{t-1}), \dots, \text{Cov}(x_t, x_{t-k}), \dots$$

- Notación: $\gamma_k = \text{Cov}(x_t, x_{t-k})$, por ejemplo $\gamma_0 = \text{Var}(y_t)$

- **Definición: Función de autocorrelación.** La función de autocorrelación (FAC) ("autocorrelation function (ACF)") de un proceso estocástico estacionario débil se define como la serie de autocovarianzas dividida por la varianza:

$$\frac{\text{Cov}(x_t, x_{t-0})}{\text{Var}(x_t)}, \frac{\text{Cov}(x_t, x_{t-1})}{\text{Var}(x_t)}, \dots, \frac{\text{Cov}(x_t, x_{t-k})}{\text{Var}(x_t)}, \dots$$

- Notación: $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\text{Cov}(x_t, x_{t-k})}{\text{Var}(x_t)}$