ECONOMETRÍA II:

ECONOMETRÍA DE SERIES TEMPORALES

Raices unitarias

Introducción:

- Consideramos la regresión

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_t + \epsilon_t \tag{1}$$

- ¿Qué es la probabilidad de una regresión espuria?

- *Ejemplo*:

$\longrightarrow y_t = y_{t-1} + \epsilon_{y,t}, \quad \epsilon_{y,t} \sim WN(0, \sigma_y^2)$

$\longrightarrow x_t = x_{t-1} + \epsilon_{x,t}, \quad \epsilon_{x,t} \sim WN(0, \sigma_x^2)$

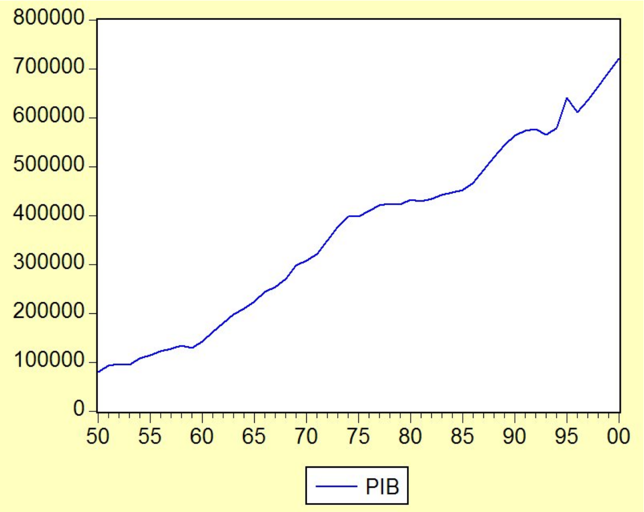
$\longrightarrow \epsilon_{y,t}$ y $\epsilon_{x,t}$ independentes

$\longrightarrow y_t$ y x_t independentes

- ¿Cuál es la relación empírica entre y_t y x_t? Granger y Newbold (1976) rechazaban la hipótesis de $\beta_1 = 0$ (con un nivel de significación del 5%) en (1) para el 75% de las muestras simuladas

Introducción:

- Consideramos la serie siguiente (PIB de España, 1950-2000):



Introducción:

• Se dice que esta serie tiene una *tendencia* ("trend")

• Podemos hacer una distinción entre dos tipos de representaciones de series con tendencias:

$\rightarrow$ Tendencia lineal ("trend stationary"): $y_t = \phi_0 + a \cdot t + u_t$

$\rightarrow$ Tendencia estocástica ("difference stationary"): $y_t = \phi_0 + y_{t-1} + u_t$

donde u_t es el error

• *Nota*: Otro nombre para las tendencias estocásticas es procesos de raíz unitaria ("unit root processes"), porque $\phi_1 = 1$

• *Nota*: en principio u_t puede tener una estructura ARMA(p, q)

Introducción:

• Terminología: Una serie $\{y_t\}$ es *integrada* ("integrated") de orden d si $\Delta^d y_t$ es una serie estacionaria. También se dice que d es el *orden de integración* ("order of integration")

• Notación: $y_t \sim I(d)$ y ARIMA(p, d, q), donde $d \geq 0$

• Si d no es un número entero, por ejemplo, si $d = 0.6$ o si $d = 2.6$, decimos que el orden d es fraccional ("fractional integration")

• *Nota:* En este curso no vamos a ver integración fraccional, siempre vamos a tratar las series como integradas de orden entero, es decir, de orden $0, 1, 2, \ldots$

Introducción:

- Ejemplos:

  $\longrightarrow$ Si y_t no es estacionaria, pero Δy_t lo es, entonces escribimos $y_t \sim I(1)$

  $\longrightarrow$ Si ni y_t, ni Δy_t son estacionarias, pero $\Delta^2 y_t$ lo es, entonces escribimos $y_t \sim I(2)$

  $\vdots$

  etc.

  $\longrightarrow$ Si y_t ya es estacionaria, entonces escribimos $y_t \sim I(0)$

Introducción:

• Como encontramos el orden de integración adecuado?

• Para apoyar o rechazar una hipótesis de orden $d = 1$, por ejemplo, podemos utilizar varios tipos de información:

(a) Inspección visual de gráficos

(b) Propiedades y tests estadísticos

(c) Sentido común

(d) Teoría

• *Nota*: Hay casos en los que los investigadores no están de acuerdo. Por ejemplo, hay casos en que no están de acuerdo si $p_t \sim I(1)$ o si $p_t \sim I(2)$, donde p_t denota un índice de precios en logaritmos

Prueba Dickey-Fuller:

- Consideramos el modelo

$$y_t = \phi_1 y_{t-1} + \epsilon_t, \qquad \epsilon_t \sim WN(0, \sigma^2) \tag{2}$$

- $|\phi_1| < 1$:

  $\rightarrow$ $\{y_t\}$ estacionario

  $\rightarrow$ prueba de la t es válida

- $\phi_1 = 1$:

  $\rightarrow$ $\{y_t\}$ no es estacionario

  $\rightarrow$ $\{y_t\}$ prueba de la t no es válida

Prueba Dickey-Fuller (cont.):

• Dickey y Fuller (1979) mostraron que, aunque la prueba de la t no es válida en (2) cuando $\phi_1 = 1$, la prueba de la t es válida para la especificación

$$\Delta y_t = \phi_0 + \pi y_{t-1} + \epsilon_t \tag{3}$$

cuando la nula es $\phi_1 = 1$ y donde $\pi = \phi_1 - 1$

• Esta propiedad la utilizaron Dickey y Fuller (1979) para desarrollar una prueba de estacionalidad

• La prueba "Dickey-Fuller" es una prueba de raíz unitaria ("unit root"), y para determinar los valores críticos para la hípotesis nula de $\phi_1 = 1$ se necesita el método de Monte Carlo (simulación)

Prueba Dickey-Fuller (cont.):

- La prueba Dickey-Fuller:

    $\rightarrow$ Estima $\Delta y_t = \phi_0 + \pi y_{t-1} + \epsilon_t$ con MCO

    $\rightarrow$ H_0: $\pi = 0$

    $\rightarrow$ H_1: $\pi < 0$

- Compara el estadístico con el valor de la tabla de Dickey y Fuller (1979) o, mejor, con la tabla de MacKinnon (1996)

- *Nota*: EViews nos da los valores críticos de MacKinnon (1996) automáticamente

Prueba Dickey-Fuller (cont.):

• Normalmente, las variables requieren una representación AR(p) y no sólo AR(1)

• La prueba Dickey-Fuller aumentada:

$\rightarrow$ Con MCO, estima

$$\Delta y_t = \phi_0 + \pi_0 y_{t-1} + \pi_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \pi_p \Delta y_{t-p} + \epsilon_t \qquad (4)$$

$\rightarrow$ H_0: $\pi_0 = 0$

$\rightarrow$ H_1: $\pi_0 < 0$

• Compara el estadístico con el valor de la tabla de Dickey y Fuller (1979) o, mejor, con la tabla de MacKinnon (1996)

• *Nota*: EViews nos da los valores críticos de MacKinnon (1996) automáticamente

Prueba Dickey-Fuller (cont.):

- Problema práctico: elegir p

- Soluciones posibles:

  $\rightarrow$ Incluir retardos de Δy_t hasta que el error sea ruido blanco

  $\rightarrow$ Incluir retardos de Δy_t significativos

  $\rightarrow$ Utilizar AIC, SBC, etc. ("information criteria"), para elegir p

- Sin embargo, la prueba de Dickey-Fuller es frágil $\rightarrow$ siempre hay que utilizar información adicional (inspección visual de la serie, sentido común, historia, teoría) antes de aceptar o rechazar lo que suguiere la prueba de Dickey-Fuller

Prueba Dickey-Fuller (cont.):

• Tendencia lineal vs. tendencia estocástica: la prueba de Dickey-Fuller nos permite incluir un término de tendencia lineal $a \cdot t$

• Es decir, contrastar $\pi_0 = 1$ con la especificación

$$\Delta y_t = \phi_0 + \pi_0 y_{t-1} + at + \pi_1 \Delta y_{t-1} + \cdots + \pi_p \Delta y_{t-p} + \epsilon_t \quad (5)$$

• Problema: si hay variables innecesarias en (5), es más difícil rechazar la nula de $\pi_0 = 0$ (raíz unitaria) cuando en realidad $\pi_0 < 0$

• Solución: hacer tres pruebas

→ 1. Sin la constante ϕ_0 y sin el término at

→ 2. Con la constante ϕ_0 pero sin el término at

→ 3. Con la constante ϕ_0 y el término at

Referencias:

Dickey, D. and W. Fuller (1979). Distribution of the estimators for autoregressive time series with a unit root. *Journal of the American Statistical Association 74, 426–431.*

MacKinnon, J. G. (1996). Numerical Distribution Functions for Unit Root and Cointegration Tests. Journal of Applied Econometrics 11, 601–618.