Nombre y Apellidos:...

ID: ....

Grupo: ....

EXAMEN ECONOMETRIA II (Febrero 2006)

SOLUCIÓN

Lea cuidadosamente cada pregunta. Responda muy claramente dentro del espacio asignado.
El valor de cada pregunta se indica entre corchetes.

Las notas finales (este examen + controles + posible proyecto) aparecerán en aula global el día lunes 27. La revisión se realizará el día jueves 2 a las 19:00 en las aulas 15.0.06 y 15.0.15. Las soluciones de este examen se colgarán en la página web de los profesores. Cualquier cambio se anunciará con la antelación posible en la página web de los profesores.
Tiempo límite: 90 minutos.
Total de puntos: 80. **BUENA SUERTE**

Pregunta 1. [25 puntos]
Suponga que Y_t sigue el modelo $AR(1)$, $Y_t = 2{,}5 + 0{,}7Y_{t-1} + e_t$ donde e_t es $i.i.d.$ con $E(e_t) = 0$ y $Var(e_t) = 9$.

- (a) Es este modelo $AR(1)$ causal? Cuál es su representación en forma de Media Móvil?

$$(1 - 0{,}7L)\,Y_t = 2.5 + e_t$$

$$Y_t = \frac{2{,}5}{1-0{,}7} + \frac{e_t}{1-0{,}7L} = 8{,}33 + \sum_{j=0}^{\infty} (0{,}7)^j e_{t-j}$$

EL modelo es causal porque $|0{,}7| < 1$.

- (b) Calcule la media y la varianza de Y_t

$$E[Y_t] = \frac{2{,}5}{1-0{,}7} = \boxed{8{,}33}$$

$$V(Y_t) = \frac{V(e_t)}{1-(0{,}7)^2} = \boxed{17{,}65}$$

- (c) Calcule las dos primeras covarianzas de Y_t

Sea $\gamma_k = Cov(Y_t, Y_{t-k})$, entonces

$$\gamma_k = (0{,}7)^k \gamma_0 = (0{,}7)^k \frac{9}{1-(0{,}7)^2}$$

$\gamma_1 = \boxed{12{,}35}$ y $\gamma_2 = \boxed{8{,}65}$

- (d) Calcule las dos primeras correlaciones de Y_t

Sea $\rho_k = Corr(y_t, y_{t-k})$, entonces

$$\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} = (0,7)^k$$

$$\rho_1 = \boxed{0,7} \quad y \quad \rho_2 = \boxed{0,49}.$$

- (e) Suponga que $Y_T = 102{,}3$. Calcule la predicción de Y a un período hacia adelante, es decir, $Y_{T+1|T} = E(Y_{T+1}|Y_T, Y_{T-1}, ...)$

$$y_{T+1} = 2,5 + 0,7\, y_T + e_{T+1}$$

$$y_{T+1|T} = E\left[y_{T+1} \mid y_T, y_{T-1}, \ldots\right] = 2,5 + 0,7(102,3)$$

$$= \boxed{74,11}$$

Pregunta 2. [20 puntos]
Considere el siguiente modelo

$$Y_t = (0{,}6L^2 + 0{,}3L^3 + 0{,}3L^4)X_t + e_t \tag{1}$$

donde e_t es i.i.d. con media cero y varianza igual a tres.

- (a) Escriba el modelo sin el operador de retardos. Es este modelo estable?

$$Y_t = 0{,}6\,X_{t-2} + 0{,}3\,X_{t-3} + 0{,}3\,X_{t-4} + e_t$$

Las raices del polinomio identidad que acompaña a la variable Y_t cumplen las condiciones de estabilidad y por lo tanto el modelo es estable.

- (b) Calcule el multiplicador de impacto y el multiplicador total.

multiplicador de impacto $= m_0 = \boxed{0}$

multiplicador total $= m_T = \sum_{j=0}^{\infty} \delta^j = \boxed{1{,}2}$

- (c) Calcule el retardo medio

$$\text{Retardo medio} = \frac{\sum_{j=0}^{\infty} j\,\delta_j}{\sum_{j=0}^{\infty} \delta_j} = \frac{2\times 0{,}6 + 3\times 0{,}3 + 4\times 0{,}3}{1{,}2}$$

$$= \boxed{2{,}75}$$

- (d) Calcule el retardo mediano

$$\text{Retardo mediano} = \min\left\{ q \,\middle|\, \frac{\sum_{j=0}^{q} \delta_j}{\sum_{j=0}^{\infty} \delta_j} \geq 0{,}5 \right\}$$

$$= \min\left\{ q \,\middle|\, \sum_{j=0}^{q} \delta_j \geq 0{,}6 \right\}$$

Por lo tanto el retardo mediano $= \boxed{2}$

Pregunta 3. [25 puntos]

Una de las versiones de la teoría de las expectativas de la estructura temporal de los tipos de interés mantiene que el tipo de interés a largo plazo es igual a una media de las predicciones futuras de los tipos de interés a corto plazo, más un término $I(0)$. En concreto si denotamos por Rk_t el tipo de interés a k periodos hacia adelante, por $R1_t$ el tipo de interés a corto plazo (un período hacia adelante) y por e_t el término $I(0)$, entonces la teoría anteriormente descrita lo que dice es que

$$Rk_t = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} R1_{t+i|t} + e_t, \tag{2}$$

donde $R1_{t+i|t}$ es la predicción hecha en t del valor de $R1$ en el período $t+i$. Suponga que $R1_t$ siga un proceso paseo aleatorio, es decir, $R1_t = R1_{t-1} + a_t$, donde a_t es $i.i.d.$ con media cero y varianza uno.

- (a) Calcule $R1_{t+i|t} = E[R1_{t+i}|R1_t, R1_{t-1}, ...]$ para $i = 1, 2, ..., k$

$$R1_{t+1} = R1_t + a_{t+1}$$
$$R1_{t+2} = R1_{t+1} = a_{t+2} = R1_t + a_{t+1} + a_{t+2}$$
$$\vdots$$
$$R1_{t+k} = R1_t + a_{t+1} + \cdots + a_{t+k}$$

Tomando esperanzas condicionales

$$E[R1_{t+i} | R1_t, R1_{t-1}, \ldots] = \boxed{R1_t} \quad \forall i \geq 0$$

- (b) Introduzca lo calculado en (a) en la expresión de la ecuación (2) y muestre que $Rk_t = R1_t + e_t$.

$$Rk_t = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} R1_t + e_t$$
$$= \frac{k}{k} R1_t + e_t$$
$$= \boxed{R1_t + e_t}$$

- (c) Muestre que Rk_t y $R1_t$ están cointegradas. Cuál es el vector de cointegración?

$R1_t \sim I(1)$

$Rk_t \sim I(1)$

y $Rk_t - R1_t = e_t \sim I(0)$

El vector de cointegración es el

$(1, -1)$

- (d) Ahora suponga que $\Delta R1_t = 0{,}5 \Delta R1_{t-1} + a_t$, donde $\Delta = (1 - L)$. Cómo cambia su respuesta respecto al apartado anterior?

$R1_{t+1} = R1_t + .5 \Delta R1_t + a_{t+1}$

$\vdots$

$R1_{t+i} = R1_t + .5 \left(\Delta R1_t + \Delta R1_{t+1} + \cdots \Delta R1_{t+i-1} \right) + (a_{t+1} + \cdots + a_{t+i})$

Entonces, $Rk_t = R1_t + I(0)$

y la respuesta no cambia.

- (e) Ahora suponga que $R1_t = 0{,}5 R1_{t-1} + a_t$. Cómo cambia su respuesta con respecto al apartado (c)?

$R1_t \sim I(0)$ y no tiene sentido hablar de cointegración.

Pregunta 4. [10 puntos]

- (a) Defina el problema de regresión espuria entre dos variables y proponga una solución a dicho problema.

$y_t \sim I(1)$, $X_t \sim I(1)$ e independientes entre sí en cualquier retardo temporal.

Regresamos y_t sobre X_t:

$$y_t = \alpha + \beta X_t + z_t$$

R. spuria: (1) $z_t \sim I(1)$

(2) β es significativo utilizando los valores críticos standards.

Solución: Tomar primeras diferencias y regresar Δy_t sobre ΔX_t.

- (b) Describa brevemente como contrastaría la posible existencia de cointegración entre dos variables I(1).

$y_t \sim I(1)$, $X_t \sim I(1)$: (1) Regresamos y_t sobre X_t por OLS

$$y_t = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_t + \hat{z}_t$$

(2) Contraste de raíz unitaria sobre $\hat{z}_t$

$$\Delta \hat{z}_t = \phi \hat{z}_{t-1} + \text{retardos } \Delta \hat{z}_t + e_t$$

$H_0: \phi = 0$ [no cointegración]

$H_A: \phi < 0$ [cointegración]

ESPERO QUE HAYÁIS APRENDIDO ALGO EN ESTE CURSO
QUE TENGÁIS UN BUEN SEGUNDO SEMESTRE