Nombre y apellidos: ....

ID: ....

EXAMEN MACROECONOMETRÍA (15 de Septiembre 2008)

Segundo Cuatrimestre (curso 2007/08), Depto. de Economía, UC3M

- **Por favor, no lea las preguntas antes de que el profesor lo indique.**

- **Lea cuidadosamente cada pregunta.** Responda muy claramente dentro del espacio asignado.

- **El valor de cada pregunta se indica entre corchetes.**

- **Las notas finales (este examen + proyecto) aparecerán en aula global el día miércoles 17 de Septiembre a las 17:00.** La fecha y lugar de la revisión del examen se anunciará junto a las notas y en la página web del curso. Las soluciones de este examen se colgarán en la página web del curso. Cualquier cambio se anunciará con la antelación posible en la página web del curso.

- **Tiempo límite**: 90 minutos

- **Total de puntos**: 70

BUENA SUERTE!

Pregunta 1 [20 puntos]

Considere los modelos

$$y_t = 0,1 + e_t - 0,7e_{t-1}, \qquad e_t \sim IID(0, 2^2) \tag{1}$$

$$y_t = \frac{\gamma_1}{1 + \exp[-\gamma_2(t - \gamma_3)]} + \gamma_4 y_{t-1} + e_t, \qquad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \tag{2}$$

$$\Delta y_t = \alpha_0 + e_t, \qquad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \tag{3}$$

$$\begin{aligned} &y_t = \beta_1 x_t + e_t, \qquad e_t = \sigma_t z_t, \qquad z_t \sim IID(0, 1) \\ &\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 e_{t-1}^2 + \phi \sigma_{t-1}^2 \end{aligned} \tag{4}$$

a) [5 puntos] Formule un modelo uniecuacional que anide:

i) (1) y (2): *Una solución*: $y_t = b_0 + \frac{b_1}{1+\exp[-b_2(t-b_3)]} + b_4 y_{t-1} + e_t + b_5 e_{t-1}$, $e_t \sim IID(0, \sigma^2)$

ii) (1) y (3): *Una solución*: $y_t = b_0 + b_1 y_{t-1} + e_t + b_2 e_{t-1}$, $e_t \sim IID(0, \sigma^2)$

iii) (1) y (4): *Una solución*: $y_t = b_0 + b_1 x_t + e_t + b_2 e_{t-1}$, $e_t = \sigma_t z_t$, $z_t \sim IID(0, 1)$, $\sigma_t^2 = c_0 + c_1 e_{t-1}^2 + c_2 \sigma_{t-1}^2$

iv) (2) y (3): *Una solución*: $y_t = b_0 + \frac{b_1}{1+\exp[-b_2(t-b_3)]} + b_4 y_{t-1} + e_t$, $e_t \sim IID(0, \sigma^2)$

v) (3) y (4): *Una solución*: $y_t = b_0 + b_1 y_{t-1} + b_2 x_t + e_t$, $e_t = \sigma_t z_t$, $z_t \sim IID(0, 1)$, $\sigma_t^2 = c_0 + c_1 e_{t-1}^2 + c_2 \sigma_{t-1}^2$

b) [5 puntos] Considere el modelo $y_t = 0,5 + 0,9y_{t-1} + e_t$ donde $e_t \sim IID(0, 4)$. ¿Cuáles son las restricciones necesarias para obtener este modelo dado el modelo en *v*)?:

Solución dado el modelo en v): $b_0 = 0,5$, $b_1 = 0,9$, $b_2 = 0$, $c_0 = 4$, $c_1 = 0$ y $c_2 = 0$

c) [5 puntos] Considere el modelo

$$y_t = 0,2 + e_t, \qquad e_t = \sigma_t z_t, \qquad z_t \sim IID(0,1)$$
$$\sigma_t^2 = 0,2 + 0,4e_{t-1}^2 + 0,7\sigma_{t-1}^2.$$

Determine si el modelo es estable, y si lo es calcule $E(y_t)$ y $Var(y_t)$:

Solución: El proceso $\{y_t\}$ sigue un modelo MA(0) con erores heterocedasticos, lo que significa que el modelo es estable en la media con $E(y_t) = 0,2$. Sin embargo, como los erores $\{e_t\}$ siguen un modelo GARCH(1,1) con $0,4 + 0,7 > 1$, el modelo no es estable en la varianza. (En una especificación GARCH(1,1), es decir, $\sigma_t^2 = \omega + \alpha e_{t-1}^2 + \beta\sigma_{t-1}^2$, estabilidad en la varianza requiere que $\alpha + \beta < 1$.) En consecuencia, $Var(y_t)$ no existe (o, un poco más preciso, $Var(y_t)$ no tiende a un límite).

d) [5 puntos] Dado el modelo en *c*), suponga que $e_{100} = -3$ y que $\sigma_{100}^2 = 1$, y calcule $E(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \ldots)$ y $Var(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \ldots)$:

Solución: $E(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \ldots) = 0,2$ y $Var(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \ldots) = 4,5$.

Pregunta 2 [20 puntos]

Considere el modelo

$$y_t = 0,3 + 0,1t + \epsilon_t, \tag{5}$$

donde $\{\epsilon_t\}$ es ruido blanco con $E(\epsilon_t) = 0$ y $\sqrt{Var(\epsilon_t)} = 2$.

a) [5 puntos] ¿Qué tipo de modelo es (5)? Calcule $E(y_t)$ y $Cov(y_t, y_{t-k})$ para $k = 0, 1, 2, \ldots$ ¿Es la serie $\{y_t\}$ estacionaria (en el sentido débil)?

Solución: (5) es un modelo con tendencia determinista y una estructura MA(0) en la variación alrededor de la tendencia. $E(y_t) = 0,3 + 0,1t$, $Cov(y_t, y_{t-k}) = 4$ para $k = 0$, y $Cov(y_t, y_{t-k}) = 0$ para $k = 1, 2, \ldots$ Como $E(y_t)$ depende del tiempo t, esto significa que $\{y_t\}$ *no* es estacionaria.

b) [5 puntos] Defina $z_t = y_t - E(y_t)$, y calcule $E(z_t)$ y $Cov(z_t, z_{t-k})$ para $k = 0, 1, 2, \ldots$ ¿Es la serie $\{z_t\}$ estacionaria (en el sentido débil)?

Solución:$z_t = \epsilon_t$, $E(z_t) = 0$ y entonces $Cov(z_t, z_{t-k}) = Cov(y_t, y_{t-k})$ en a) para todo k. Como ni $E(z_t)$ ni $Cov(z_t, z_{t-k})$ dependen del tiempo t, entonces la serie $\{z_t\}$ es estacionaria.

c) [5 puntos] Escriba la especificación de Δy_t. ¿Qué tipo de modelo es Δy_t? Calcule $E(\Delta y_t)$ y $Cov(\Delta y_t, \Delta y_{t-k})$ para $k = 0, 1, 2, \ldots$ ¿Es la serie $\{\Delta y_t\}$ estacionaria (en el sentido débil)?

Solución: $\Delta y_t = 0,1 + \epsilon_t - \epsilon_{t-1}$, un modelo MA(1). Entonces $E(\Delta y_t) = 0,1$ y $Cov(\Delta y_t, \Delta y_{t-0}) = 8$, $Cov(\Delta y_t, \Delta y_{t-1}) = -4$, y $Cov(\Delta y_t, \Delta y_{t-k}) = 0$ para $k > 1$. En consecuencia, $\{\Delta y_t\}$ es estacionaria ya que ni $E(\Delta y_t)$ ni $Cov(\Delta y_t, \Delta y_{t-k})$ dependen del tiempo t.

d) [5 puntos] ¿Tiene Δy_t una representación AR?

Solución: El polinomio de retardos es $1 - 1L$ con raíz igual a 1. Invertibilidad requiere que el módulo de la raíz sea mayor que 1, lo que significa que Δy_t no es invertible, y que entonces Δy_t no se puede escribir como un modelo AR(∞).

Pregunta 3 [30 puntos]

Considere el modelo

$$\mathbf{w}_t = \mathbf{c} + \mathbf{A_0}\mathbf{w}_t + \mathbf{A_1}\mathbf{w}_{t-1} + \mathbf{e}_t, \qquad \mathbf{e}_t \sim IID(\mathbf{0}, \Sigma^2) \tag{6}$$

donde

$$\mathbf{w}_t = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix}, \mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}, \mathbf{A_0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{21.0} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{A_1} = \begin{bmatrix} a_{11.1} & 0 \\ a_{21.1} & a_{22.1} \end{bmatrix}, \mathbf{e}_t = \begin{bmatrix} e_{1t} \\ e_{2t} \end{bmatrix}.$$

a) [7 puntos] En forma reducida el modelo (6) tiene la forma

$$\mathbf{w}_t = \mathbf{k} + \mathbf{B_1}\mathbf{w}_{t-1} + \mathbf{u}_t. \tag{7}$$

Calcule $\mathbf{k}$, $\mathbf{B_1}$ y $\mathbf{u}_t$:

Solución: $\mathbf{k} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_1 a_{21.0} + c_2 \end{bmatrix}$, $\mathbf{B_1} = \begin{bmatrix} a_{11.1} & 0 \\ a_{21.0}a_{11.1} + a_{21.1} & a_{22.1} \end{bmatrix}$, $\mathbf{u}_t = \begin{bmatrix} e_{1t} \\ a_{21.0}e_{1t} + e_{2t} \end{bmatrix}$

b) [7 puntos] Supone ahora que $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ y que $\mathbf{B_1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 \\ 1/4 & 1/6 \end{bmatrix}$. ¿Es (7) estable? Si (7) es estable, entonces calcule $E(x_t)$ y $E(y_t)$:

Solución: Las raíces caracteristicas son 1/2 y 1/6. Como $|\frac{1}{2}| < 1$ y $|\frac{1}{6}| < 1$, entonces (7) es estable. $E(x_t) = E(y_t) = 0$.

c) [7 puntos] Dado los valores de $\mathbf{k}$ y de $\mathbf{B_1}$ en *b*), ¿cuáles de los parámetros $c_1, c_2, a_{21.0}, a_{11.1}, a_{21.1}$ y $a_{22.1}$ están identificados? ¿Cuáles son los valores?:

Solución: $c_1, c_2, a_{11.1}$ y $a_{22.1}$ están identificados: $c_1 = 0, c_2 = 0, a_{11.1} = 1/2, a_{22.1} = 1/6$. ($a_{21.0}$ y $a_{21.1}$ no están identificados, pero tenemos que $a_{21.0} = \frac{1}{2} - 2a_{21.1}$.)

d) [9 puntos] Dada la respuesta en *c*), si es correcta, ¿qué podemos decir sobre la causalidad en el sentido de Granger entre $\{x_t\}$ y $\{y_t\}$ en (6)?:

Solución: Que $\{y_t\}$ no causa $\{x_t\}$, pero no sabemos si $\{x_t\}$ causa $\{y_t\}$ (depende de los parámetros no-identificados $a_{21.1}$ y $a_{21.0}$).