

Nombre y apellidos:

ID:

EXAMEN MACROECONOMETRÍA (6 de Septiembre 2007)

Segundo Cuatrimestre (curso 2006/07), Depto. de Economía, UC3M

- **Por favor, no lea las preguntas antes de que el profesor lo indique.**
- **Lea cuidadosamente cada pregunta.** Responda muy claramente dentro del espacio asignado.
- **El valor de cada pregunta se indica entre corchetes.**
- **Las notas finales (este examen + proyecto) aparecerán en aula global el día viernes 7 de Septiembre a las 19:00.** La revisión se realizará el lunes día 10 de Septiembre a las 19:00 en el aula 11.1.30. Las soluciones de este examen se colgarán en la página web del curso. Cualquier cambio se anunciará con la antelación posible en la página web del curso.
- **Tiempo límite:** 90 minutos
- **Total de puntos:** 70

BUENA SUERTE!

Pregunta 1 [20 puntos]

Considere los modelos

$$y_t = \alpha_0 + e_t, \quad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (1)$$

$$y_t = \frac{\beta_1}{1 + \exp[-\beta_2(t - \beta_3)]} + \beta_4 x_t + e_t, \quad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \quad (2)$$

$$y_t = \gamma_1 y_{t-1} + e_t, \quad e_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim IID(0, 1) \quad (3)$$
$$\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 e_{t-1}^2$$

a) [5 puntos] Formule un modelo uniecuacional que anide:

i) (1) y (2): *Una solución:* $y_t = b_0 + \frac{b_1}{1 + \exp[-b_2(t - b_3)]} + b_4 x_t + e_t, \quad e_t \sim IID(0, \sigma^2)$

ii) (1) y (3): *Una solución:* $y_t = b_0 + b_1 y_{t-1} + e_t, \quad e_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim IID(0, 1)$
 $\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 e_{t-1}^2$

iii) (2) y (3): *Una solución:* $y_t = b_0 + b_1 y_{t-1} + \frac{b_2}{1 + \exp[-b_3(t - b_4)]} + b_5 x_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t z_t$
 $z_t \sim IID(0, 1)$
 $\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 e_{t-1}^2$

b) [5 puntos] Considere el modelo $y_t = b_0 + b_1 y_{t-1} + e_t$ donde $e_t \sim IID(0, \sigma^2)$. ¿Cuáles son las restricciones necesarias para obtener este modelo dado el modelo en iii)?:

Una solución: $b_2 = 0, b_5 = 0, \omega_1 = 0$ (y $\sigma^2 = \omega_0$)

c) [5 puntos] Considere el modelo

$$y_t = 0,6 + e_t, \quad e_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim IID(0, 1)$$
$$\sigma_t^2 = 0,1 + 0,9e_{t-1}^2.$$

Determine si el modelo es estable, y si lo es calcule $E(y_t)$ y $Var(y_t)$:

Solución: El modelo es estable, porque no hay ningún termino AR en la media condicional, y porque $0,9 < 1$ (estas propiedades implican estacionariedad). Entonces

$$E(y_t) = \frac{0,6}{1-0} = \frac{3}{5} \text{ y } Var(y_t) = \frac{0,1}{1-0,9} = 1.$$

d) [5 puntos] Dado el modelo en c), suponga que $e_{100} = 0,5$, y calcule $E(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \dots)$ y $Var(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \dots)$:

Solución: $E(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \dots) = \frac{3}{5}$,
 $Var(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \dots) = \sigma_{101}^2 = 0,1 + 0,9 \cdot (0,5)^2 = \frac{13}{40}$

Pregunta 2 [25 puntos]

Considere el modelo

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{A}_0 \mathbf{z}_t + \mathbf{A}_1 \mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{e}_t, \quad \mathbf{e}_t \sim IID(\mathbf{0}, \Sigma^2) \quad (4)$$

donde

$$\mathbf{z}'_t = [x_t, y_t], \quad \mathbf{A}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ a_{21.0} & 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} a_{11.1} & 0 \\ a_{21.1} & a_{22.1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{e}'_t = [e_{1t}, e_{2t}].$$

a) [6 puntos] En forma reducida el modelo (4) tiene la forma

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{B}_1 \mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{u}_t. \quad (5)$$

Calcule \mathbf{B}_1 y \mathbf{u}_t :

$$\text{Solución: } \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} a_{11.1} & 0 \\ a_{21.0}a_{11.1} + a_{21.1} & a_{22.1} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{u}_t = \begin{bmatrix} e_{1t} \\ a_{21.0}e_{1t} + e_{2t} \end{bmatrix}$$

b) [6 puntos] Suponga ahora que $\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 1/5 & 0 \\ 1/4 & 1/3 \end{bmatrix}$. ¿Es (5) estable? Si (5) es estable, entonces calcule $E(x_t)$ y $E(y_t)$:

Solución: Las raíces características son $1/5$ y $1/3$. Como $|1/5| < 1$ y $|1/3| < 1$, entonces (5) es estable. $E(x_t) = E(y_t) = 0$.

c) [6 puntos] Dado los valores de \mathbf{B}_1 en b), ¿cuáles de los parámetros $a_{21.0}$, $a_{11.1}$, $a_{21.1}$ y $a_{22.1}$ están identificados? ¿Cuáles son los valores?:

Solución: $a_{11.1}$ y $a_{22.1}$ están identificados: $a_{11.1} = 1/5$, $a_{22.1} = 1/3$. ($a_{21.0}$ y $a_{21.1}$ no están identificados, pero tenemos que $a_{21.0} = \frac{5}{4} - 5a_{21.1}$.)

d) [7 puntos] Dada la respuesta en c), si es correcta, ¿qué podemos decir sobre la causalidad en el sentido de Granger entre $\{x_t\}$ y $\{y_t\}$ en (4)?:

Solución: Que $\{y_t\}$ no causa $\{x_t\}$, pero no sabemos si $\{x_t\}$ causa $\{y_t\}$ (depende de los parámetros no-identificados $a_{21.1}$ y $a_{21.0}$).

Pregunta 3 [25 puntos]

Considere el modelo multivariante de corrección de equilibrio (MMCEq)

$$\Delta \mathbf{z}_t = \mathbf{B}_0 \Delta \mathbf{z}_t + \mathbf{B}_1 \Delta \mathbf{z}_{t-1} + \Pi \mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{e}_t, \quad \mathbf{e}_t \sim IID(\mathbf{0}, \Sigma^2) \quad (6)$$

donde

$$\mathbf{z}_t = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix}, \mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 0 & b_{12.0} \\ b_{21.0} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} b_{11.1} & b_{12.1} \\ b_{21.1} & b_{22.1} \end{bmatrix}, \Pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{bmatrix},$$

y donde $x_t \sim I(1)$, $y_t \sim I(1)$.

a) [6 puntos] Suponga que $\Pi = \begin{bmatrix} -1/5 & 1/10 \\ -2/3 & 1/3 \end{bmatrix}$ y muestre que $\{x_t\}$ e $\{y_t\}$ están cointegradas:

Solución: Las raíces características de Π son $2/15$ y 0 , entonces el rango es 1 y x_t y y_t están cointegradas.

b) [6 puntos] Dado que $\Pi = \theta \alpha'$, donde $\theta' = [\theta_1, \theta_2]$ son los parámetros de ajuste y $\alpha' = [1, \alpha_2]$ son los parámetros de cointegración, ¿cuáles de los parámetros θ_1, θ_2 y α_2 están identificados? ¿Cuáles son sus valores?

Solución: Todos los parámetros están identificados: $\theta_1 = -1/5, \theta_2 = -2/3$ y $\alpha_2 = -1/2$.

c) [6 puntos] Suponga que $\mathbf{B}_0 = \begin{bmatrix} 0 & 1/2 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 1/6 & 0 \\ 1/4 & 1/3 \end{bmatrix}$. ¿Podemos decir que x_t o y_t son exógenas en sentido débil? ¿Y en sentido fuerte?

Solución: Como $\theta_1 \neq 0$ y $\theta_2 \neq 0$, ni x_t ni y_t son exógenas en los sentidos débil y fuerte.

d) [7 puntos] Se puede justificar una investigación uniecuacional para x_t ?

Solución: No, porque ni $\{x_t\}$ ni $\{y_t\}$ son exógenas.