Nombre y apellidos: ....

ID: ....

EXAMEN MACROECONOMETRÍA (11 de Junio 2007)

Segundo Cuatrimestre (curso 2006/07), Depto. de Economía, UC3M

- **Por favor, no lea las preguntas antes de que el profesor lo indique.**

- **Lea cuidadosamente cada pregunta.** Responda muy claramente dentro del espacio asignado.

- **El valor de cada pregunta se indica entre corchetes.**

- **Las notas finales (este examen + proyecto) aparecerán en aula global el día lunes 18 de Junio.** La revisión se realizará el martes día 19 de junio a las 19:00 en el aula 11.1.30. Las soluciones de este examen se colgarán en la página web del curso. Cualquier cambio se anunciará con la antelación posible en la página web del curso.

- **Tiempo límite**: 90 minutos

- **Total de puntos**: 70

BUENA SUERTE!

Pregunta 1 [20 puntos]

Considere los modelos

$$y_t = \alpha_0 + \alpha_1 x_t + e_t, \qquad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \tag{1}$$

$$y_t = \beta_0 + \frac{\beta_1}{1 + \exp[-\beta_2(t - \beta_3)]} + e_t, \qquad e_t \sim IID(0, \sigma^2) \tag{2}$$

$$\begin{aligned} y_t &= \gamma_1 y_{t-1} + e_t, \qquad e_t = \sigma_t z_t, \qquad z_t \sim IID(0,1) \\ \sigma_t^2 &= \omega_0 + \omega_1 e_{t-1}^2 \end{aligned} \tag{3}$$

a) [5 puntos] Formule un modelo uniecuacional que anide:

i) (1) y (2): *Una solución*: $y_t = b_0 + \frac{b_1}{1+\exp[-b_2(t-b_3)]} + b_4 x_t + e_t, \quad e_t \sim IID(0, \sigma^2)$

ii) (1) y (3): *Una solución*: $y_t = b_0 + b_1 y_{t-1} + b_2 x_t + e_t, \quad e_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim IID(0,1)$
$\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 e_{t-1}^2$

iii) (2) y (3): *Una solución*: $y_t = b_0 + b_1 y_{t-1} + \frac{b_2}{1+\exp[-b_3(t-b_4)]} + e_t, \quad e_t = \sigma_t z_t$
$z_t \sim IID(0,1)$
$\sigma_t^2 = \omega_0 + \omega_1 e_{t-1}^2$

b) [5 puntos] Considere el modelo $y_t = b_0 + b_1 y_{t-1} + e_t$ donde $e_t \sim IID(0, \sigma^2)$. ¿Cuáles son las restricciones necesarias para obtener este modelo dado el modelo en *iii*)?:

Solución: $b_2 = 0$, $\omega_1 = 0$ (y $\sigma^2 = \omega_0$)

c) [5 puntos] Considere el modelo

$$\begin{aligned} y_t &= 0,1 + 0,7 y_{t-1} + e_t, \qquad e_t = \sigma_t z_t, \qquad z_t \sim IID(0,1) \\ \sigma_t^2 &= 0,4 + 0,2 e_{t-1}^2. \end{aligned}$$

Determine si el modelo es estable, y si lo es calcule $E(y_t)$ y $Var(y_t)$:

Solución: El modelo es estable, porque $|0,7| < 1$ y $0,2 < 1$. Entonces $E(y_t) = \frac{0,1}{1-0,7} = \frac{1}{3}$ y $Var(y_t) = \frac{0,4}{1-0,2} = \frac{1}{2}$.

d) [5 puntos] Dado el modelo en *c*), suponga que $y_{100} = 0.2$ y $e_{100} = 1$, y calcule $E(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \ldots)$ y $Var(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \ldots)$:

Solución: $E(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \ldots) = \frac{6}{25}$,
$Var(y_{101}|y_{100}, e_{100}, \ldots) = \sigma^2_{101} = 0,4 + 0,2(1)^2 = \frac{3}{5}$

Pregunta 2 [25 puntos]

Considere el modelo

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{A_0}\mathbf{z}_t + \mathbf{A_1}\mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{e}_t, \qquad \mathbf{e}_t \sim IID(\mathbf{0}, \Sigma^2) \tag{4}$$

donde

$$\mathbf{z'}_t = [x_t, y_t], \qquad \mathbf{A_0} = \begin{bmatrix} 0 & a_{12.0} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{A_1} = \begin{bmatrix} a_{11.1} & a_{12.1} \\ 0 & a_{22.1} \end{bmatrix}, \qquad \mathbf{e'}_t = [e_{1t}, e_{2t}].$$

a) [6 puntos] En forma reducida el modelo (4) tiene la forma

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{B_1}\mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{u}_t. \tag{5}$$

Calcule $\mathbf{B_1}$ y $\mathbf{u}_t$:

Solución: $\mathbf{B_1} = \begin{bmatrix} a_{11.1} & a_{12.1} + a_{12.0}a_{22.1} \\ 0 & a_{22.1} \end{bmatrix}$, $\mathbf{u}_t = \begin{bmatrix} e_{1t} + a_{12.0}e_{2t} \\ e_{2t} \end{bmatrix}$

b) [6 puntos] Suponga ahora que $\mathbf{B_1} = \begin{bmatrix} 1/2 & 1/3 \\ 0 & 1/4 \end{bmatrix}$. ¿Es (5) estable? Si (5) es estable, entonces calcule $E(x_t)$ y $E(y_t)$:

Solución: Las raíces caracteristicas son $1/2$ y $1/4$. Como $|\frac{1}{2}| < 1$ y $|\frac{1}{4}| < 1$, entonces (5) es estable. $E(x_t) = E(y_t) = 0$.

c) [6 puntos] Dado los valores de $\mathbf{B_1}$ en *b*), ¿cuáles de los parámetros $a_{12.0}, a_{11.1}, a_{12.1}$ y $a_{22.1}$ están identificados? ¿Cuáles son los valores?:

Solución: $a_{11.1}$ y $a_{22.1}$ están indentificados: $a_{11.1} = 1/2, a_{22.1} = 1/4$.

d) [7 puntos] Dada la respuesta en *c*), si es correcta, ¿qué podemos decir sobre la causalidad en el sentido de Granger entre $\{x_t\}$ y $\{y_t\}$ en (4)?:

Solución: Que $\{x_t\}$ no causa $\{y_t\}$, pero no sabemos si $\{y_t\}$ causa $\{x_t\}$ (depende de los parámetros no-identificados $a_{12.1}$ y $a_{12.0}$).

Pregunta 3 [25 puntos]

Considere el modelo multivariante de corrección de equilibrio (MMCEq)

$$\Delta \mathbf{z}_t = \mathbf{B_0}\Delta \mathbf{z}_t + \mathbf{B_1}\Delta \mathbf{z}_{t-1} + \Pi \mathbf{z}_{t-1} + \mathbf{e}_t, \qquad \mathbf{e}_t \sim IID(\mathbf{0}, \Sigma^2) \tag{6}$$

donde

$$\mathbf{z}_t = \begin{bmatrix} x_t \\ y_t \end{bmatrix}, \mathbf{B_0} = \begin{bmatrix} 0 & b_{12.0} \\ b_{21.0} & 0 \end{bmatrix}, \mathbf{B_1} = \begin{bmatrix} b_{11.1} & b_{12.1} \\ b_{21.1} & b_{22.1} \end{bmatrix}, \Pi = \begin{bmatrix} \pi_{11} & \pi_{12} \\ \pi_{21} & \pi_{22} \end{bmatrix},$$

y donde $x_t \sim I(1)$, $y_t \sim I(1)$.

a) [6 puntos] Suponga que $\Pi = \begin{bmatrix} -1/2 & 1/8 \\ -1/3 & 1/12 \end{bmatrix}$ y muestre que $\{x_t\}$ e $\{y_t\}$ están cointegradas:

Solución: Las raíces caracteristicas de Π son -5/12 y 0, entonces el rango es 1 y x_t y y_t están cointegradas.

b) [6 puntos] Dado que $\Pi = \theta\alpha'$, donde $\theta' = [\theta_1, \theta_2]$ son los parámetros de ajuste y $\alpha' = [1, \alpha_2]$ son los parámetros de cointegración, ¿cuáles de los parámetros θ_1, θ_2 y α_2 están identificados? ¿Cuáles son sus valores?

Solución: Todos los parámetros están identificados: $\theta_1 = -1/2, \theta_2 = -1/3$ y $\alpha_2 = -1/4$.

c) [6 puntos] Suponga que $\mathbf{B_0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1/4 & 0 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{B_1} = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/5 \\ 0 & 1/2 \end{bmatrix}$. ¿Podemos decir que x_t o y_t son exógenas en sentido débil? ¿Y en sentido fuerte?

Solución: Como $\theta_1 \neq 0$ y $\theta_2 \neq 0$, ni x_t ni y_t son exógenas en los sentidos débil y fuerte.

d) [7 puntos] Se puede justificar una investigación uniecuacional para x_t?

Solución: No, porque ni $\{x_t\}$ ni $\{y_t\}$ son exógenas.