BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

TEMA 1: Introduksjon

1. Praktisk info.
2. Hva er økonometri?
3. Litt om summer
4. Deskriptiv statistikk (repetisjon)
5. Litt om forventninger
6. Regneoppgaver
7. Data oppgaver

Kursside: www.sucarrat.net/teaching/met3592/v2011/

BI HANDELSHØYSKOLEN

Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo

Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500

www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

(2) Hva er økonometri? For våre formål så er økonometri studiet av følgende formel:

parameter/koeffisient

forklaringsvariabler

$$Y = \underbrace{B_1 + B_2 X_1 + \cdots + B_K X_K}_{\text{"forklaring"}} + \underbrace{u}_{\text{feilleddet}}$$

Avhengig variabel
(endogen)
(regressand)
(Venstreside variabel)

Det vi ikke klarer å forklare

Hvem benytter seg av økonometriske modeller???

- konsulenter
- større selskaper (Tine, DnBNor, mm.)
- Norges Bank
- Finansdepartementet

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

3 Litt om summer

$x_1 + x_2 + \cdots + x_n$: n = antall verdier

$$\begin{array}{cccc} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 \\ \uparrow & \uparrow & \uparrow & \uparrow \\ 7 & 4 & 3 & 2 \end{array} \quad : n = 4$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + x_3 + x_4$$

$$= 7 + 4 + 3 + 2 = 16$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = \sum x_i$$

Egenskaper ved summering:

$$\sum x_i = \sum b \qquad (b = 2,\ n = 4)$$

$$= 2 + 2 + 2 + 2 = 8$$

$$= n \cdot b = 4 \cdot 2 = 8$$

BI HANDELSHØYSKOLEN

Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo

Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500

www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

Regel 1: $\sum_{i=1}^{n} b = n \cdot b$

$$\sum_{i=1}^{n} b \cdot x_i = 2 \cdot 7 + 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3 + 2 \cdot 2$$

(b = 2, x'ene som over)

$$= 2 \cdot \underbrace{(7 + 4 + 3 + 2)}_{16}$$

$$= 2 \cdot 16$$

$$= 32$$

Regel 2: $\sum_{i=1}^{n} b x_i = b \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$

$$\sum_{i=1}^{n} (b x_i + a)$$

b = 2, a = 1, x'ene som over, n = 4

$$= (2 \cdot 7 + 1) + (2 \cdot 4 + 1) + (2 \cdot 3 + 1) + (2 \cdot 2 + 1)$$

$$= \left(2 \cdot \sum x_i\right) + n \cdot a$$

Regel 3: $\sum_{i=1}^{n} (b x_i + a) = b \sum_{i=1}^{n} x_i + n \cdot a$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i)$$

x'ene som over, y'ene:

$1, 3, 2, 4$

$y_1 \quad y_2 \quad y_3 \quad y_4$

$$= (\underset{x_1}{7} + \underset{y_1}{1}) + (4 + 3) + (3 + 2) + (2 + 4)$$

$$= \underbrace{(7 + 4 + 3 + 2)}_{\text{x'ene}} + \underbrace{(1 + 3 + 2 + 4)}_{\text{y'ene}}$$

$$= \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i$$

Regel 4: $\sum_{i=1}^{n} (x_i + y_i) = \sum_{i=1}^{n} x_i + \sum_{i=1}^{n} y_i$

Regel 5: $\sum_{i=1}^{n} (bx_i + ay_i) = b\sum_{i=1}^{n} x_i + a\sum_{i=1}^{n} y_i$

<u>Dobbeltsummer</u>: $\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} x_i y_j$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

Eks: $\left.\begin{array}{l} x\text{'ene}: 7, 4, 3, 2 \\ y\text{'ene}: 1, 3, 2, 4 \end{array}\right\} n = m = 4$

$$\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} x_i y_j = \sum_{i=1}^{n} \underbrace{\left(x_i \cdot 1 + x_i \cdot 3 + x_i \cdot 2 + x_i \cdot 4\right)}_{\sum_{j=1}^{m} x_i y_j}$$

$$= \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot 1}_{1 \cdot \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i}_{16}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot 3}_{3 \cdot \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i}_{16}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot 2}_{2 \cdot \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i}_{16}} + \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i \cdot 4}_{4 \cdot \underbrace{\sum_{i=1}^{n} x_i}_{16}}$$

$$= 16 + 48 + 32 + 64$$

$$= \underline{\underline{140}}$$

4 Deskriptiv statistikk

* Utvalgsgjennomsnittet: $\frac{1}{n} \sum x_i = \bar{x}$
* Utvalgsvariansen: $\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1} = S_x^2$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

* Utvalgsstandardavviket: $\sqrt{S_x^2}$

$$= \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

* Utvalgskovariansen: $S_{XY} = \dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$

* Utvalgskorrelasjonen:

$$R = \frac{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}}{\sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}} \cdot \sqrt{\dfrac{\sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}{n-1}}}$$

$$= \frac{S_{XY}}{\sqrt{S_X^2 S_Y^2}}$$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

$$R = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 \cdot \sum_{i=1}^{n} (y_i - \bar{y})^2}}$$

Eks. x'ene: 7, 4, 3, 2

y'ene: 1, 3, 2, 4

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i = \frac{1}{n} \cdot 16 = \frac{16}{4} = \underline{\underline{4}}$$

$$S_x^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2}{n-1}$$

$$= \frac{1}{n-1} \cdot \left[\underbrace{(7-4)^2}_{3^2} + \underbrace{(4-4)^2}_{0} + \overbrace{(3-4)^2}^{1} + \underbrace{(2-4)^2}_{\underbrace{(-2)^2}_{4}} \right]$$

$$= \frac{1}{n-1} \cdot (9 + 0 + 1 + 4)$$

$$= \underline{\underline{\frac{14}{3}}} = S_x^2, \quad S_x = \sqrt{S_x^2} = \underline{\underline{\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}}}}$$

BI HANDELSHØYSKOLEN

Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo

Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500

www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

$$S_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$$

$$\bar{y} = \frac{1+3+2+4}{n} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = 2{,}5$$

i	$(x_i - \bar{x})$	$(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$
1	3	-1,5	-4,5
2	0	0,5	0
3	-1	-0,5	0,5
4	-2	1,5	-3

$$S_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1} = \frac{-4{,}5 + 0 + 0{,}5 - 3}{n-1}$$

$$= \frac{-7}{n-1} = \frac{-7}{3} = \underline{\underline{-2{,}33}}$$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

(5) Forventninger

$$E(X) = \sum x_i \cdot p(x_i)$$

Eks.: x'ene: 7, 4, 3, 2

p(x)'ene: $p(7) = 0$, $p(4) = \frac{1}{4}$, $p(3) = \frac{2}{4}$, $p(2) = \frac{1}{4}$

$$\sum p(x_i) = 1$$

$$E(X) = \underbrace{7 \cdot \underbrace{p(7)}_{0}}_{0} + \overbrace{4 \cdot p(4)}^{1} + \overbrace{3 \cdot p(3)}^{3/2} + \underbrace{2 \cdot p(2)}_{\frac{1}{2}}$$

$$= 0 + 1 + \underbrace{\frac{3}{2} + \frac{1}{2}}_{2}$$

$$= \underline{\underline{3}}$$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

$$S_y^2 = \frac{\sum(y_i - \bar{y})^2}{n-1} = \frac{(-1,5)^2 + 0,5^2 + (-0,5)^2 + (1,5)^2}{n-1}$$

$$= \frac{\frac{9}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{9}{4}}{n-1}$$

$$= \frac{\frac{20}{4}}{3} = \frac{5}{3} = \underline{\underline{1,67}}$$

$$R = \frac{S_{xy}}{S_x S_y} = \frac{-2,33}{\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}}} = \frac{-2,33}{2,16 \cdot 1,29}$$

$$\sqrt{S_x^2} = 2,16 \qquad \sqrt{S_y^2} = 1,29$$

$$\Rightarrow R = \frac{-2,33}{2,7864} = \underline{\underline{-0,8362}}$$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

REGLER:

(1) $E(X+Y) = E(X) + E(Y)$

(2) $E(bX) = b \cdot E(X)$ (b = konstant)

(3) $E(b) = b$

(4) $E(aX+b) = E(aX) + E(b)$ (a, b konstanter)

$$= a \cdot E(X) + b$$

POPULASJONSVARIANSEN:

$$Var(X) = E\left[(X - E(X))^2\right]$$

$$= E\left[(X - E(X)) \cdot (X - E(X))\right]$$

$$= E\left[X^2 - 2X\,E(X) + E(X)^2\right]$$

$$= E(X^2) - 2E(X) \cdot E(X) - E(X)^2$$

$$= E(X^2) - E(X)^2$$

BI HANDELSHØYSKOLEN

Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo

Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500

www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

REGLER:

(5) $Var(X+b) = Var(X)$ $\quad$ b = konstant

(6) $Var(bX) = b^2 \cdot Var(X)$

POPULASJONSKOVARIANSEN:

$$Cov(X,Y) = E\left[(X-E(X))\cdot(Y-E(Y))\right]$$

$$= E(XY) - E(X)E(Y)$$

- Hvis enten $E(X)=0$ eller $E(Y)=0$ (eller begge) så har vi at

$$Cov(X,Y) = E(XY)$$

- Hvis X og Y er (statistisk) uavhengige, altså at $E(XY) = E(X)E(Y)$,

$$Cov(X,Y) = 0$$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

REGLER:

(7) $Var(X+Y) = Var(X) + Var(Y) + 2Cov(X,Y)$

(8) $Var(X-Y) = Var(X) + Var(Y) - 2Cov(X,Y)$

POPULASJONSKORRELASJONEN

$$Corr(X,Y) = \frac{Cov(X,Y)}{\sqrt{Var(X) \cdot Var(Y)}}$$

Oppgaver

A.8 a) $\sum_{i=1}^{4} x^{i-1} = x^{1-1} + x^{2-1} + x^{3-1} + x^{4-1}$

$$= \underbrace{x^0}_{1} + x^1 + x^2 + x^3$$

BI HANDELSHØYSKOLEN

Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo

Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500

www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

b) $\sum_{i=2}^{6} a y_i = a \sum_{i=2}^{6} y_i$

$= a \cdot (y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + y_6)$

c) $\sum_{i=1}^{2} (2x_i + 3y_i) = \sum_{i=1}^{2} 2x_i + \sum_{i=1}^{2} 3y_i$

$= \underbrace{2 \cdot \sum_{i=1}^{2} x_i}_{2 \cdot (x_1 + x_2)} + \underbrace{3 \cdot \sum_{i=1}^{2} y_i}_{3 \cdot (y_1 + y_2)}$

$= 2(x_1 + x_2) + 3 \cdot (y_1 + y_2)$

d) $\sum_{i=1}^{3} \sum_{j=1}^{2} x_i y_j = \sum_{i=1}^{3} \Big(\underbrace{\sum_{j=1}^{2} x_i y_j}_{x_i \cdot y_1 + x_i y_2} \Big)$

$= \sum_{i=1}^{3} (x_i y_1 + x_i y_2)$

$= \sum_{i=1}^{3} x_i y_1 + \sum_{i=1}^{3} x_i y_2$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

$$= y_1 \cdot (x_1 + x_2 + x_3) + y_2 \cdot (x_1 + x_2 + x_3)$$

$$= y_1 x_1 + y_1 x_2 + y_1 x_3 + y_2 x_1 + y_2 x_2 + y_2 x_3$$

e) $\sum_{i=1}^{4} (i+4) = (1+4) + (2+4) + (3+4) + (4+4)$

$$= 5 + 6 + 7 + 8$$

$$= 26$$

f) $\sum_{i=1}^{3} 3^i = 3^1 + 3^2 + 3^3$

$$= 3 + 9 + 27 = 39$$

g) $\sum_{i=1}^{10} 2 = 10 \cdot 2 = 20$

Eksempel: $\sum_{i=2}^{10} 2 = 9 \cdot 2 = 18$

h) $\sum_{i=1}^{3} (4x^2 - 3) = 3 \cdot (4x^2 - 3)$

$$= 12x^2 - 9$$

BI HANDELSHØYSKOLEN

Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo

Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500

www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

A.9 a) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = \sum_{i=1}^{5} x_i$

b) $x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 + 5x_5$

$= \sum_{i=1}^{5} i x_i$

$1 \cdot x_1 + 2 \cdot x_2 + 3 \cdot x_3 + 4 \cdot x_4$

$+ 5 \cdot x_5$

B.9

Avkastning i %	$f(x)$
-20	0,10
-10	0,15
10	0,45
25	0,25
30	0,05
	Total: 1,00

a) $E(X) = -20 \cdot 0{,}1 + -10 \cdot 0{,}15$

$+ 10 \cdot 0{,}45 + 25 \cdot 0{,}25 + 30 \cdot 0{,}05$

BI HANDELSHØYSKOLEN

Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo

Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500

www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

$= 8{,}75$

b) $Var(x) = E(x^2) - \underbrace{E(x)^2}$

$(8{,}75)^2 = 76{,}5625$

$E(x^2) = (-20)^2 \cdot 0{,}10 + (-10)^2 \cdot 0{,}15$

$+ 10^2 \cdot 0{,}45 + 25^2 \cdot 0{,}25$

$+ 30^2 \cdot 0{,}05 =$

$E(x^2) - 76{,}5625 = \underbrace{224{,}6875}_{Var(x)}$

$\sqrt{Var(x)} = 14{,}99$

BI HANDELSHØYSKOLEN

Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo

Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500

www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

* B.11

a) $E(Y) = 3, \quad E(X) = 26$

$Var(Y) = 9, \quad Var(X) = 36$

b) $E(Y) = 0{,}6, \quad E(X) = 0{,}8$

$Var(Y) = 0{,}36, \quad Var(X) = 1{,}44$

c) $E(X/4) = \frac{1}{4} E(X) = 2$

$Var(X/4) = \left(\frac{1}{4}\right)^2 Var(X) = \frac{1}{4}$

d) $E(Y) = a, \quad E(X) = 8a + 6$

e) $Y = 3E(X^2) + 2$. Fra likning (3.18) har vi at $E(X^2) = Var(X) + [E(X)]^2$
$= 68$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

Så $3E(X^2)+2 = 70$ og $Var(3X^2+2)$
$= 9\,Var(X^2)$

* B.13

a) $\bar{Y} = 683\,939{,}1$

$S_Y^2 = 1\,694\,763\,056$

b) $\bar{X} = 67\,857{,}6$

$S_X^2 = 231\,043\,040$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

7 Dataoppgaver

* Åpne en fil i EViews
  File → Open → EViews Workfile

  c : Koeffisientestimater

  resid : residualene til den estimerte regresjonen

* Estimering av en enkel regresjon:

$$Y_i = B_1 + B_2 X + u$$

↑ fmagx   ↑ gabax

Estimering av B_1 og B_2:

1. Quick → Estimate Equation

2. Skriv: fmagx c gabax

   ↑ "B_1"

3. Klikk "OK"

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

1.7

Opprett en ny arbeidsfil:

1. File -> New -> Workfile

2. Start date = 1985, End date = 2007

3. Klikk "OK"

Opprette ~~serier~~:

4. New Object -> Series, klikk "OK"
(Name for object = ER)

5. Dobbeltklikk på ER, trykk på "Edit +/-" knappen

1) Plotting:

1. Dobbeltklikk på variabelen du ønsker å plotte

2. Trykk på "View" knappen -> Graph

3. Klikk "OK"

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

b) $RPR = \frac{CPI\_US}{CPI\_UK}$?

1. Object -> Generate Series

2. Skriv RPR = CPI_US/CPI_UK

c) Plotte ER mot RPR:

1. Lag en gruppe med ER og RPR:
   Velg ER og RPR, høyreklikk -> Open
   -> As Group
2. Trykk på "View" knappen, velg "Graph"
3. Velg "Scatter"
4. Klikk "OK"

APPENDIX:

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})^2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) \cdot (x_i - \bar{x})$$

$$= \sum x_i^2 - x_i\bar{x} - x_i\bar{x} + \bar{x}^2$$

$$= \sum x_i^2 - 2x_i\bar{x} + \bar{x}^2$$

$$= \underline{\sum x_i^2 + 2\bar{x}\sum x_i + n\bar{x}^2} \qquad (*)$$

$$\sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x}) = \underline{\sum x_i - n \cdot \bar{x}} \qquad (**)$$