NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

TEMA 3: Multippel regresjon

1. Overblikk
2. Tolkning av parametrene
3. Den multiple korrelasjons-koeffisient
4. Sammenligning av modeller vha. justert R^2
5. Oppgavesett 3

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

(1) Overblikk

$$Y = \underbrace{B_1 + B_2 X_2 + \cdots + B_K X_K}_{E(Y \mid X_2, X_3, \ldots, X_K)} + u \quad \text{(pop.)}$$

$$Y = \overbrace{b_1 + b_2 X_2 + \cdots + b_K X_K}^{\hat{Y}} + e \quad \text{(utvalg)}$$

→ $b_1, b_2, \ldots, b_K$ er estimatene til $B_1, B_2, \ldots, B_K$, som minimerer $\sum e^2$ (OLS estimering)

→ $\bar{e} = \frac{1}{n} \sum e = 0$

→ $\sum e \hat{Y} = 0$

→ OLS = BLUE

→ $E(u^2) = \sigma^2$ er et mål på presisjon

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

→ De klassiske forutsetningene KF1 - KF5 gjelder også for den multiple versjonen, i tillegg til en 6. forutsetning:

KF6: Fravær av eksakt multikolinearitet

Eksempler hvor KF6 ikke er oppfylt: $Corr(X_2, X_4) = 1$ eller -1,

$X_3 = 2 \cdot X_5$, $X_2 = 0{,}25 X_3 + 0{,}75 X_4$

↳ OLS estimatorene er BLUE gitt at KF1 - KF6

→ Tolkningen av parameterne: Må legge til "gitt de andre x'ene konstante"

→ Mål på tilpasning: $\hat{\sigma}^2$, R^2 og justert R^2

→ Sammenligning av modeller vha. justert R^2

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

2 Tolkning av parametrene

Enkel regresjon: $Y = B_1 + B_2 X_2 + u$

B_2: Gj. snittlig endring i Y ved én enhets endring i X_2

Multippel regresjon, f. eks.:

$$Y = B_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 + u$$

B_2: Gj. snittlige endring Y ved én enhets endring i X_2, gitt at X_3 forholder seg konstant

Generelt: At de andre x'ene forholder seg konstante

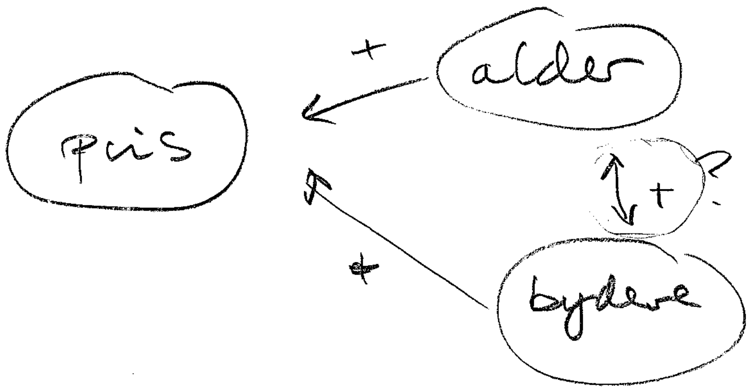
Eksempel (s. 103):

Y = auksjonspris på antikke klokker

X_2 = alder til klokke

X_3 = antall bydere

Økonomiske hypoteser:



$$\hat{Y}_i = \underbrace{-1336{,}049}_{b_1} + \underbrace{12{,}7413}_{b_2} X_{2i} + \underbrace{85{,}7640}_{b_3} X_{3i}$$

Tolkninger:

b_2: Prisen på auksjonsklokker går i gj. snitt opp 12,74 USD for år eldre en klokke er, gitt at antall bydere holdes konstant

b_3: Prisen på auksjonsklokker går i gj. snitt opp 85,7640 USD for hver ekstra byder, gitt at alderen til klokka

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

forholder seg konstant

→ b_1: Siden b_1 er negativ så er tolkningen konstanten plasserer regresjonslinja slik at den går gjennom hovedtyngden til observasjonene

Digresjon: En måte å inkludere samspill mellom X_2 og X_3 på er ved å inkludere følgende ledd i regresjonen:

$$b_4 \cdot X_{2i} X_{3i}$$

I EViews: 1. Quick → Estimate Equation

2. Skriv "price c age bidders", hvilket estimerer følgende regresjon

$$Y_i = b_1 + b_2 X_{2i} + b_3 X_{3i} + e_i$$

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

(3) Den multiple korrelasjonskoeffisienten R^2

$$Y = \underbrace{B_1 + B_2 X_2 + \cdots + B_K X_K}_{\text{forklaring}} + u$$

"feil"; uforklart

$$Y = \overbrace{b_1 + b_2 X_2 + \cdots + b_K X_K} + e$$

→ $E(u^2) = \sigma^2$: Et mål på presisjonen til forklaringen vår

↳ jo lavere σ^2, jo bedre / mer presis er forklaringen vår

→ $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n-k} \sum e_i^2$

$\hat{\sigma} = \sqrt{\hat{\sigma}^2} = \sqrt{\frac{1}{n-k} \sum e_i^2}$

(utvalgsestimater på forklaringsfeil

I EViews: $\hat{\sigma}$ oppgis som

"$\underbrace{\text{S.E.}}_{}$ of regression"

standard error

standardfeilen til regresjonen

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

→ Problem med $\hat{\sigma}$ er at det ikke er normert (er ikke begrenset oppad)

↳ R^2: Den multiple korrelasjons-koeffisienten

- varierer mellom 0 og 1, hvis 0 så er føyning ("fit") / forklaringsverdi lik null, hvis 1 så er føyningen / forklaringen perfekt

I EViews: R^2 = R-squared

__Def. Den multiple korrelasjonskoeffisient R^2:__ Andelen av den totale variasjon i Y som blir forklart av $\hat{Y}$:

$$R^2 = \frac{ESS}{TSS}$$

ESS ← Explained Sum of Squares (forklarte variasjon)

TSS ← Total sum of squares (totale variasjon i Y)

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

hvor $ESS = \sum(\hat{Y}_i - \bar{Y})^2$ og hvor

$TSS = \sum(Y_i - \bar{Y})^2$.

MERK:

$$TSS = ESS + \underbrace{RSS}_{\sum e_i^2}$$

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS}$$ (alternativ måte å beregne R^2 på).

<u>Eksempel, huspriser i USA (s. 41):</u>

Rentenivået forklarer ca. 63% av variasjonen til huspriser

MERK: S.D. dependent var $= \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum(Y_i - \bar{Y})^2}$

$$TSS = (n-1) \cdot (\text{S.D. dependent var})^2$$

$$= \cancel{(n-1)} \cdot \left[\frac{1}{\cancel{n-1}} \sum(Y_i - \bar{Y})^2\right]$$

$$= \sum(Y_i - \bar{Y})^2$$

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

4) Sammenligning av modeller v.h.a justert R^2

→ Ved OLS estimering så faller R^2 aldri. Motivasjon for justert R^2 ("adjusted R^2")

Def. Justert R^2: $\bar{R}^2 = 1 - (1-R^2)\left(\frac{n-1}{n-k}\right)$

justert R^2 Opprinnelig

Eksempel (s. 411):

$R^2 = 0{,}633161$

$n = 112$

$k = 2$

$\bar{R}^2 = 1 - (1 - 0{,}633161) \cdot \left(\frac{112-1}{112-2}\right)$

$= 0{,}6289$

→ Tolkning: "Goodness-of-fit"

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

(5) Oppgaver:

1. $Y_i = \ln(\text{Pris}_i)$,

$X_2 = \ln(\text{vurdering}_i)$

$\vdots$

$X_5 = \text{Baderom}_i$

$\beta = B$

$\hat{\beta} = b$

$\hat{u} = e \iff \sum \hat{u}_i^2 = \sum e_i^2$

$RSS = \sum e_i^2 = \sum \hat{u}_i^2$

2. $Y = \ln(q_t)$

$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS}$. Korrekt svar: $\underline{\underline{A}}$

5. C

6. $\text{ValueAdd}_i = \alpha \cdot \text{Labor}_i^{\beta} \cdot e^{u_i}$

$\Rightarrow \underbrace{\ln(\text{ValueAdd}_i)}_{Y} = \underbrace{\ln\alpha}_{B_1} + \overbrace{\beta}^{B_2} \cdot \underbrace{\ln(\text{Labor}_i)}_{X} + u_i$

$$TSS = \underbrace{\sum_i \left[\ln(\text{ValueAdd}_i) - \overline{\ln(\text{ValueAdd})}\right]^2}_{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}$$

$$= 15{,}06$$

$$\sum \hat{u}^2 = 1{,}54$$

$$R^2 = 1 - \frac{RSS}{TSS}$$

$$15{,}06$$

$$= 1 - \frac{1{,}54}{15{,}06}$$

$$\approx 0{,}90 \qquad (\underline{C})$$

9. $E(b) = B$: b er forventningsrett