BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

TEMA 4: Enkel hypotesetesting

$$Y = B_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 + \cdots + B_k X_k + u$$

- Har en enkel X en virkning på Y?
- Vi ønsker å studere verdiene på B'ene nærmere

1. t-test metoden
2. Konfidensintervallmetoden
3. Oppgavesett 4

1 t-test metoden

t-test metoden inneholder følgende ingredienser:

- H_0: En nullhypotese, f.eks. $B = B^*$
- H_1 (eller H_A eller H_{Alt}): En alternativ-hypotese, f.eks. $B \neq B^*$, $B < B^*$ eller $B > B^*$

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

- b : Koeffisientestimatet til B

- se(b) : Standardfeilen til koeffisient-estimatet

- t-verdi : Testobservator eller teststatistikk

- En fordeling for t-verdien under H_0, f.eks t-fordelingen med df frihetsgrader (antall observasjoner minus antall parametre som estimeres)

- Et signifikansnivå, f.eks. 10%, 5% eller 1%

- En kritisk verdi t_α (ensidig) eller $t_{\alpha/2}$ (tosidig)

  α: signifikansnivå, f.eks 5% $\Rightarrow \alpha = 0{,}05$

<u>Eksempel</u>. Amerikanske huspriser i USD (Pris), eiendomsmeglernes verdivurdering (vurdering) og tomtestørrelse (Tomt)

$$\widehat{Pris} = \underbrace{-13316{,}64}_{b_1} + \underbrace{0{,}96}_{b_2} \cdot V + \underbrace{0{,}57}_{b_3} \cdot Tomt$$

(se(b))	(16271,51)	(0,05)	(0,49)
[t-verdi]	[−0,82]	[18,32]	[1,16]

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

$H_0: B_2 = 0$ (ingen sammenheng mellom verdivurdering og salgsverdi)

$H_1: B_2 \neq 0$ (det er en sammenheng ...)

df = (n − ant. parametre som estimeres)

$= 88 - 3 = 85$

$\alpha = 0{,}05$; 5% − signifikansnivå

Kritiske verdier: $\pm 1{,}99$

⇒ Forkaste H_0 hvis t-verdi enten er større enn 1,99 eller hvis den er mindre enn −1,99:

$$|t| > 1{,}99$$

t-verdi: $t = \dfrac{b - B^*}{se(b)} = \dfrac{0{,}96 - 0}{0{,}05} = 18{,}32$

Konklusjon: Vi forkaster hypotesen om at det ikke er en sammenheng mellom verdivurdering og pris; alternativt så kan vi konkludere med at resultatet støtter alternativhypotesen

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

Def P-verdi: Gitt en verdi på testobservatoren, så er p-verdien det laveste signifikans-nivået hvor vi kan forkaste null-hypotesen

↳ Nyttig implikasjon: Vi kan forkaste H_0 hvis p-verdi er lavere enn vårt valgte signifikansnivå

MERK: EViews rapporterer p-verdi for en tosidig test hvor $H_0: B = 0$

Eksempel.

$H_0: B_2 = 1$ (verdivurdering er "korrekt")

$H_1: B_2 \neq 1$

$df = 88 - 3 = 85$ $\alpha = 0{,}10$ (10%-nivå)

Forkaster hvis: $|t| > 1{,}66$

$$t = \frac{b - B^*}{se(b)} = \frac{0{,}96 - 1}{0{,}05} = -\frac{0{,}04}{0{,}05} = -0{,}8$$

Konklusjon: Vi forkaster ikke H_0; vi finner ikke støtte for at eiendomsmeglerne over- eller undervurderer salgsprisen

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

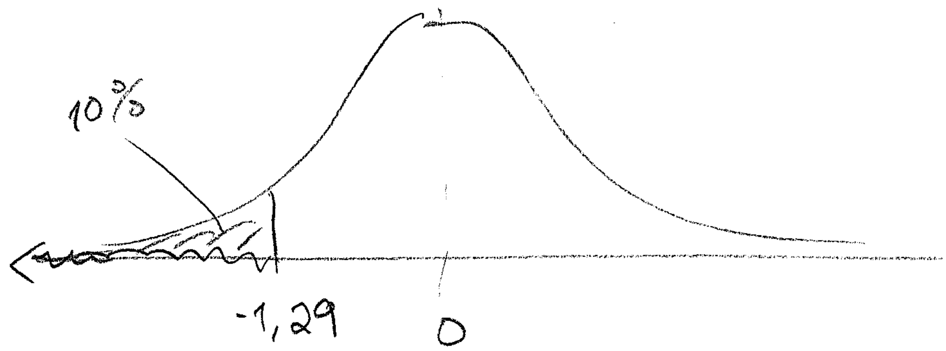
Eksempel

$H_0: B_2 = 1$

$H_1: B_2 < 1$ (eiendomsmeglerne overvurderer salgspris)

$df = 85$ $\alpha = 0{,}10$ (10% - nivå)

Kritisk verdi: 1,29 ; vi forkaster Ho hvis $t < -1{,}29$



$$t = \frac{b - B^*}{se(b)} = \frac{0{,}96 - 1}{0{,}05} = -0{,}8$$

Konklusjon: Vi forkaster ikke (null-)hypotesen om at eiendomsmeglerne prisontyder på en korrekt måte

Eksempel (p-verdi)

t-verdi (over) er $-0{,}8$ og $df = 85$

ca. 20%

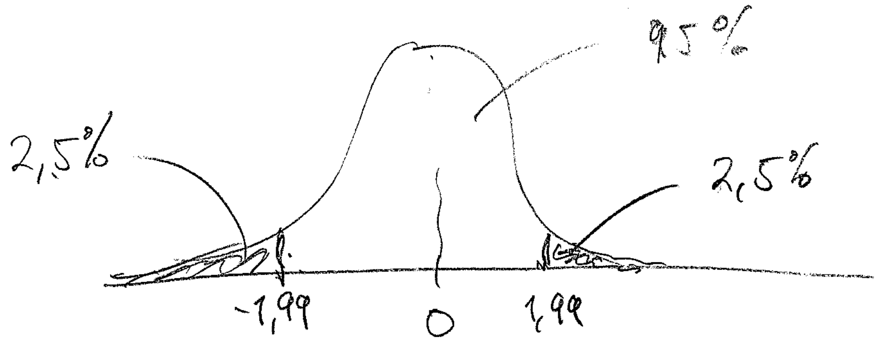
BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

2 Konfidensintervallmetoden

Motivasjon: Anta at vi velger et signifikansnivå på 5% og at df=85, og anta videre at vi ønsker å gjennomføre en tosidig test

↳ Hvis H_0 er riktig så

$$P(-1{,}99 \leq t \leq 1{,}99) = 95\%$$



$$-1{,}99 \leq t \leq 1{,}99$$

$$\Updownarrow$$

$$-1{,}99 \leq \frac{b - B^*}{se(b)} \leq 1{,}99$$

$$\Updownarrow$$

$$-1{,}99 \cdot se(b) \leq b - B^* \leq 1{,}99 \cdot se(b)$$

$$\Updownarrow$$

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

$$b - 1{,}99 \cdot se(b) \leq B^* \leq b + 1{,}99 \cdot se(b)$$

Vi har vist at:

$$P(-1{,}99 \leq t \leq 1{,}99) = 95\%$$

$$\Updownarrow$$

$$P\left(b - 1{,}99 \cdot se(b) \leq B^* \leq b + 1{,}99 \cdot se(b)\right) = 95\%$$

Dvs. at sannsynligheten for at B^* vil være større enn $(b - 1{,}99 \cdot se(b))$ og mindre enn $(b + 1{,}99 \cdot se(b))$ er 95%
hvis H_0 er riktig

<u>Konfidensintervalltilnærmingen (tosidig hypotesetest av $H_0: B = B^*$)</u>: Forkast H_0 hvis B^* er utenfor intervallet

$$\underbrace{b - t_{\alpha/2} \cdot se(b)}_{\text{nedre grense}} \quad \text{til} \quad \underbrace{b + t_{\alpha/2} \cdot se(b)}_{\text{øvre grense}}$$

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

Eksempel: $H_0: B_2 = 1 \quad H_1: B_2 \neq 1$

$se(b) \approx 0,05 \quad b \approx 0,96 \quad df = 85$

90% konfidensintervall:

$$\text{Øvre grense} = b + \underbrace{t_{\alpha/2}}_{\approx 1,66} \cdot se(b)$$

$$= 0,96 + 1,66 \cdot 0,05 = \underline{1,043}$$

$$\text{Nedre grense} = b - t_{\alpha/2} \cdot se(b)$$

$$= 0,96 - 1,66 \cdot 0,05 = \underline{0,877}$$

Konklusjon: Siden B^*, altså 1, ligger i intervallet så forkaster vi ikke H_0

(3) Oppgavesett 4

1. n - ant. parametre = 83 ⇒ C

2. $df = 17 \quad t_{\alpha/2} = 2,110 \quad t = \dfrac{b}{se(b)} \quad H_0: B = 0$

Forkast hvis $|t| > 2,110$

$$\frac{b_2}{se(b_2)} = \frac{2,31}{3,12} = 0,74 \text{ : } b_2 \text{ ikke signifikant}$$

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

$\frac{b_3}{se(b_3)} = \frac{-1011{,}12}{475{,}11} = -2{,}1282$: b_3 signifikant

$\frac{b_4}{se(b_4)} = \frac{0{,}65}{0{,}32} = 2{,}0313$: b_4 ikke signifikant

C

3. A) $H_0: B_1 = 0 \quad H_1: B_1 \neq 0 \quad df = 30$

$t_{\alpha/2} = 2{,}042$

$t = \frac{b_1}{se(b_1)} = \frac{1{,}17}{1{,}03} = 1{,}14$: b_1 ikke sig.

B) $H_0: B_3 = 0 \quad H_1: B_3 > 0 \quad df = 30$

$t_\alpha = 1{,}697$ (forkast hvis $t > 1{,}697$)

$t = \frac{b_3}{se(b_3)} = \frac{0{,}45}{0{,}12} = 3{,}75$: b_3 signifikant positiv

C) $H_0: B_2 = 0 \quad H_1: B_2 < 0 \quad df = 30$

$t_\alpha = 1{,}697$ (forkast hvis $t < -1{,}697$)

$t = \frac{b_2}{se(b_2)} = \frac{-0{,}31}{0{,}17} = -1{,}82$: b_2 er sig. negativ

BI NORWEGIAN SCHOOL OF MANAGEMENT
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Mailing address NO-0442 Oslo
Telephone [+47] 06600
Telefax [+47] 21 04 80 00
Call Center [+47] 810 00 500
www.bi.edu
info@bi.no
Org. no. 971 22 8865

D) $H_0: B_4 = 0$ $H_1: B_4 > 0$ $df = 30$

$t_\alpha = 1{,}697$ (forkast hvis $t > 1{,}697$)

$t = \frac{b_4}{se(b)} = \frac{0{,}65}{0{,}51} = 1{,}27$: b_4 er ikke sig positiv

10. $df = 29$ $t_{\alpha/2} = 1{,}699$

D

12. β_3 er i intervallet $\Rightarrow$ vi forkaster ikke H_0, hvilket betyr p-verdien må være større enn 5%

13. $\hat{\beta}_2 + t_{\alpha/2} \cdot se(\hat{\beta}_2) = 0{,}1340$

$\hat{\beta}_2 = 0{,}0713$

$fg = 19 \Rightarrow t_{\alpha/2} = 1{,}729$

$$\Rightarrow se(\hat{\beta}_2) = \frac{0{,}1340 - 0{,}0713}{1{,}729} \approx 0{,}0363$$

C