BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

6.0

TEMA 6: Funksjonell form

1. Motivasjon
2. Log-lineære modeller
3. Semi-logaritmiske modeller
4. Resiprokke modeller
5. Polynomiske modeller
6. Samspill
7. Oppgavesett 6

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

(1) Motivasjon

Veldig mange av ikke-linearitetene våre omhandler logaritme-transformasjoner; hvorfor gjør vi det?

Tre hovedgrunner:

1. Hvis z' og z er to ulike verdier, så har vi at:

$$\log(z') - \log(z) \approx \underbrace{\frac{z' - z}{z}}_{\text{relative endringen}}$$

så lenge endringen ikke er for stor; tommelfingerregel: Under 10%

2. Logaritmetransformasjonen reduserer som regel (men ikke alltid) heteroskedastisiteten til en variabel

3. Muliggjør interessante tolkninger

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

(2) Log-lineære modeller

Eksempel: $\log Y = B_1 + B_2 \log X + u$

Tolkning B_2:

$$\log Y' - \log Y = \underbrace{B_1 + B_2 \log X' + u}_{\log Y'} - (B_1 + B_2 \log X + u)$$

$$= B_2 \cdot (\log X' - \log X)$$

$$\Updownarrow$$

$$B_2 = \frac{\log Y' - \log Y}{\log X' - \log X} \approx \frac{\left(\frac{Y' - Y}{Y}\right)}{\left(\frac{X' - X}{X}\right)}$$

→ B_2 er (omtrent lik) elastisiteten til Y mht. X: Den prosentvise endringen i Y gitt 1%-endring i X

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

Eksempel: Huspriser 2 i USA

$$\widehat{\log P_i} = 5{,}93 + 0{,}87 \cdot \log BOA_i$$

↳ i EViews: "log(pris) c log(boa)"

Tolkning b_2: I gjennomsnitt så øker prisen med 0,87% hvis BOA øker med 1%

Eksempel: Huspriser 2 i USA

$$\widehat{\log P_i} = 5{,}26 + \underbrace{0{,}76}_{b_2} \log BOA + \underbrace{0{,}17}_{b_3} \cdot \log(\text{Tomt})$$

Tolkning b_2: I gjennomsnitt så øker prisen med 0,76% hvis BOA øker med 1%, gitt at de andre forklaringsvariablene forholder seg konstant

MERK: Vi kan ikke sammenligne R^2 til en lineær modell med R^2 til en log-lineær modell

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

MERK: $\log(Y) = B_1 + B_2 \log(X) + u$

$$\Updownarrow$$

$$Y = e^{B_1 + B_2 \log X + u}$$

$$= e^{B_1} \cdot X^{B_2} \cdot e^{u}$$

3 Semi-logaritmiske modeller

1. Log-lin modeller: $\log Y = B_1 + B_2 X + u$

Tolkning av B_2: Hvis X endrer seg med én enhet, så endrer Y seg i gjennomsnitt med $(B_2 \cdot 100)\%$

Eksempel: Huspriser i USA

$$\widehat{\log P_i} = \underbrace{11{,}94 + 0{,}17}_{} \text{ baderom}$$

$$\uparrow \; b_2$$

Tolkning av b_2: Et baderom mer øker i gjennomsnitt prisen med 17%

2. Lin-log modeller: $Y = B_1 + B_2 \log X + u$

Tolkning av B_2: Hvis X endrer seg med 1%, så endrer Y seg i gjennomsnitt $B_2/100$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

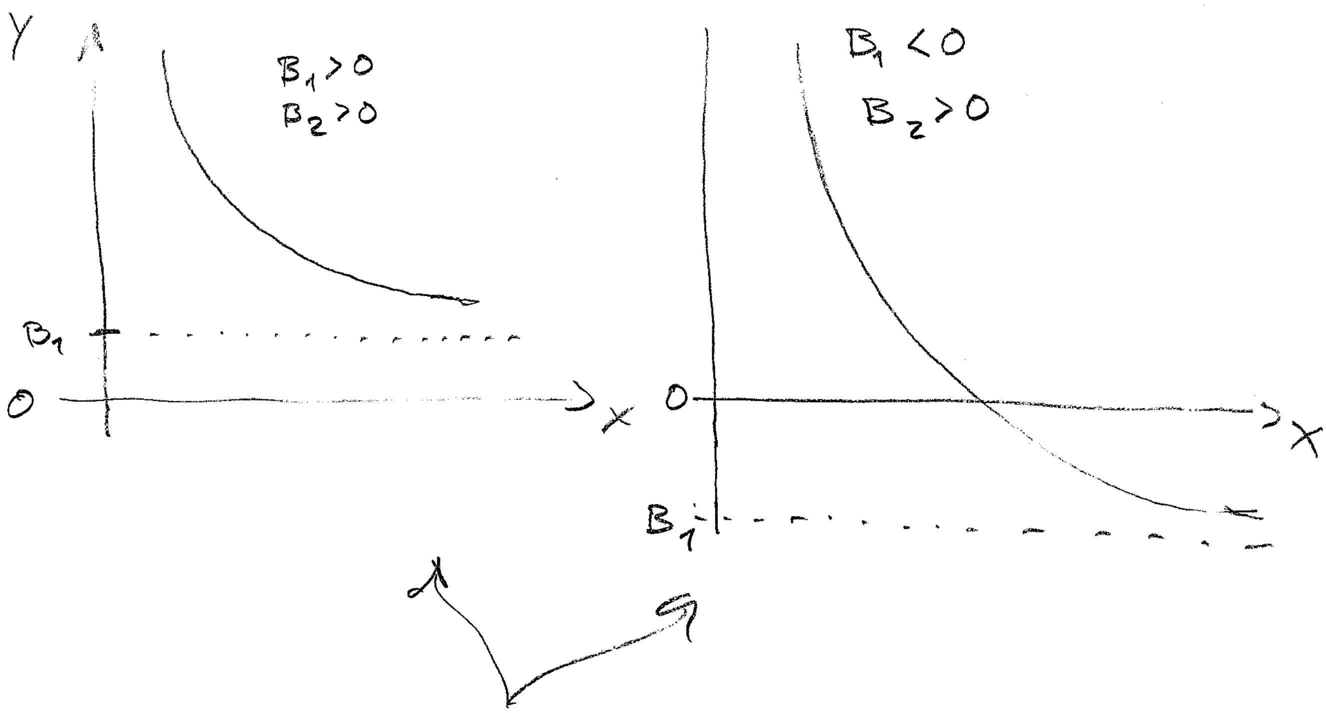
Eksempel: Huspriser 2 i USA

$$\hat{P}_i = -595439 + \underbrace{99828{,}79}_{b_2} \cdot \log(tomt_i)$$

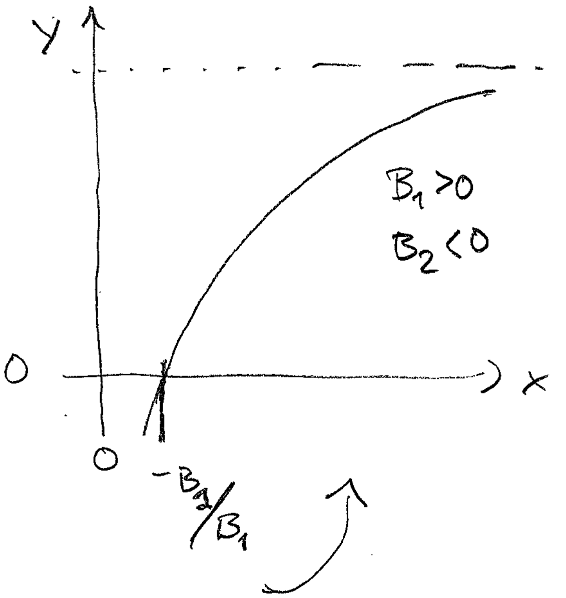
Tolkning av b_2: Én prosentsøkning i tomtestørrelse gir i gjennomsnitt en økning i pris på ca. 998 USD

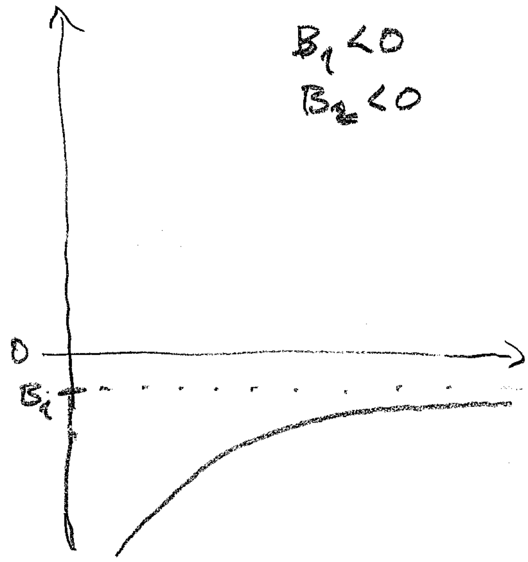
4 Resiprokke (resiprocal) modeller

$$Y = B_1 + B_2 \cdot \frac{1}{X} + u$$



Phillips-kurven: Negativ sammenheng mellom inflasjon og arbeidsledighet





Engel-kurver: Hvis X er inntekt og Y er matkonsum, så er sammenhengen "avtakende"

MERK: Det er ikke alltid endringen i vi er mest interessert i

Tolkning av en økning i X: Hvis X øker med én enhet fra x til (X+1), så øker Y i gjennomsnitt til $B_1 \cdot \left(\frac{1}{X+1} - \frac{1}{X}\right)$

Eksempel (ss. 152-153): Phillips-kurven i USA

Y = prosentendring i timelønn (indeks)

X = ledighetsrate

$t = 1958, \ldots, 1969$

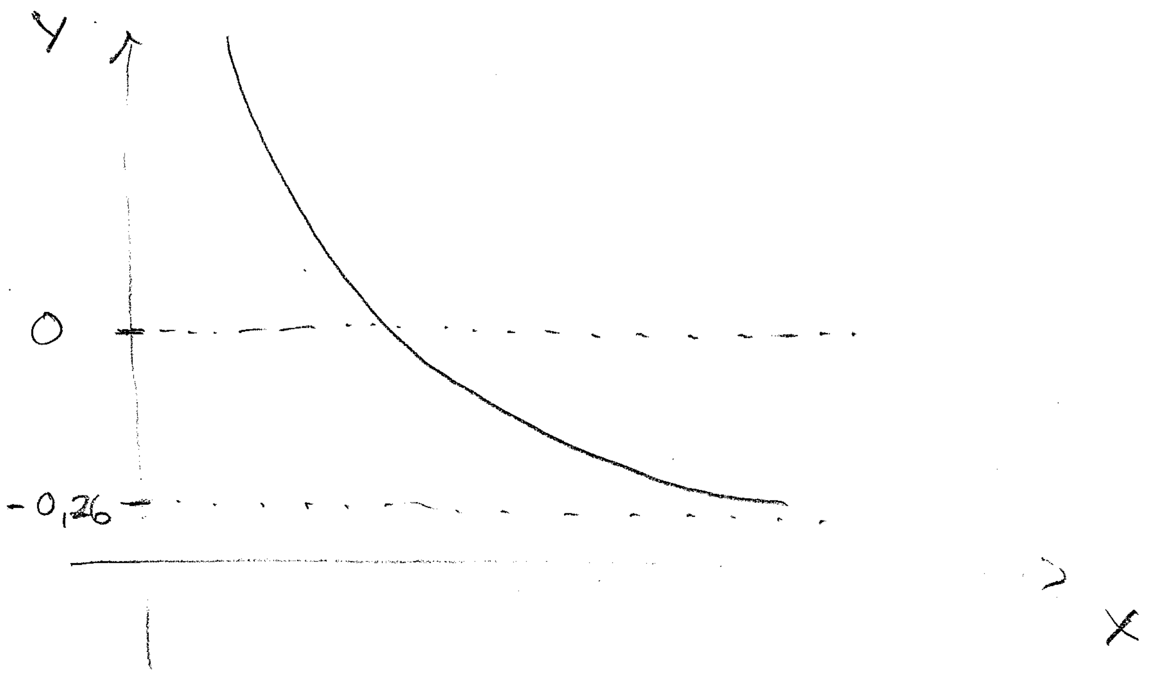
6.7

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

$$Y_t = B_1 + B_2 \frac{1}{X} + u$$

I EViews: Y c 1/X

$$\hat{Y}_t = -0{,}26 + 20{,}59 \cdot \frac{1}{X}$$



Hva må ledighetsraten være for å oppnå nullinflasjon?

$$0 = -0{,}26 + 20{,}59 \cdot \frac{1}{X}$$

$$\Updownarrow$$

$$0{,}26 = \frac{20{,}59}{X} \Leftrightarrow 0{,}26X = 20{,}59$$

$$\Updownarrow$$

$$\underline{X = 79{,}19}$$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

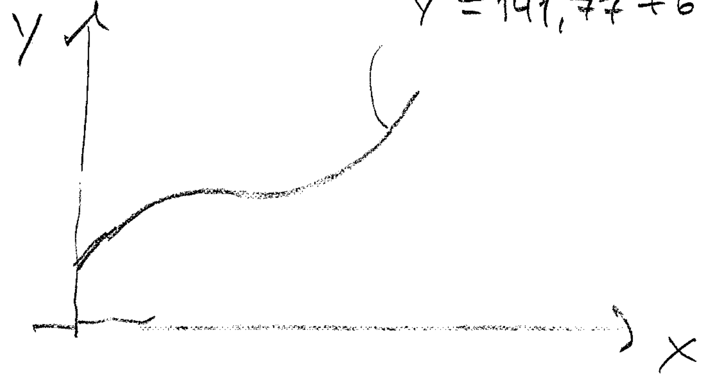
$$2,5 = -0,26 + 20,59 \cdot \frac{1}{X}$$
$$\Updownarrow$$
$$2,5 + 0,26 = \frac{20,59}{X}$$
$$\Updownarrow$$
$$2,76X = 20,59 \Leftrightarrow X = 7,46$$

5 Polynomiske modeller

Lineære modeller: $\hat{Y} = b_1 + b_2 X$

Eksempel på polynomisk modell:

$$\hat{Y} = 141,77 + 63,48X - 12,96X^2 + 0,94X^3$$



Eksempler på polynomiske modeller:

$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow Y = B_1 + B_2 X + B_3 X^2 + u \\ \rightarrow Y = B_1 + B_2 X_2 + B_3 X_2^2 + B_4 X_3 + u \end{array}\right\} \text{2. orden}$$

$$\left.\begin{array}{l} \rightarrow Y = B_1 + B_2 X + B_3 X^3 + u \\ \rightarrow Y = B_1 + B_2 X + B_3 X^2 + B_4 X^3 + u \end{array}\right\} \text{3. orden}$$

⋮

osv.

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

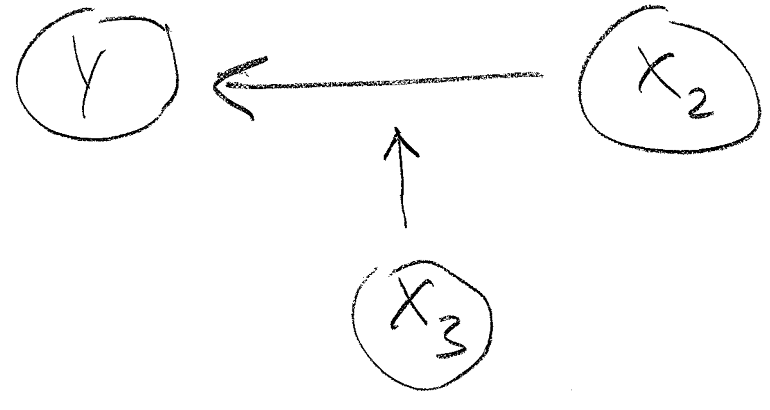
Tolkning av en endring i X for modellen $Y = B_1 + B_2X + B_3X^2 + u$: Hvis X øker med én enhet til $(x+1)$, så vil Y i gjennomsnitt endre seg

$$B_2 + B_3 + B_3 \cdot (2x + x^2)$$

MERK: Veldig ofte så er X veldig sterkt korrelert x^2, hvilket kan gjøre estimatene og inferensen upresis (stikkord: multikolinearitet)

6 Samspill

Motivasjon: Av og til så avhenger effekten til en variabel, X_2, av verdien til en annen variabel, X_3



En måte å introdusere slike effekter er $X_2 \cdot X_3$

6.10

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

Eksempel: $Y = B_1 + B_2 X_2 + B_3 X_3 + B_4 X_2 \cdot X_3 + u$

Tolkning av en økning i X_2 i modellen over: Hvis X_2 øker med én enhet så vil Y endre seg med $B_2 + B_4 X_3$ enheter

MERK: Av og til så er samspills-leddet sterkt korrelert med hhv. X_2 og X_3 (stikkord: multikolinearitet)

⑦ Oppgavesett 6

1. α, β : Parametre

Husk: lineær i parameterne $B_1, B_2, \ldots, B_K$ hvis den kan skrives på følgende form:

$$Y = B_1 + B_2 X_2 + \cdots + B_K X_K + u$$

B) $Y = \underset{\uparrow\, B_1}{\alpha} + \underset{\uparrow\, B_2}{\beta} \cdot \frac{1}{X} + u$ "X : $\frac{1}{X}$"

2. C

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

3 B

4. Log-lin: $X_3 \nearrow$ med én enhet, så endrer y seg med $(\beta_3 \cdot 100)\%$

D

5. Log-log: D

6.
$$\widehat{\ln(BNP_{1969})} = 6{,}9636 + 0{,}0269 \cdot 0$$
$$= 6{,}9636$$
$$\widehat{BNP}_{1969} = e^{6{,}9636} = 1057{,}33$$

A

7.
$$\widehat{BNP}_{1971} - \underbrace{\widehat{BNP}_{1969}}_{1057{,}33}$$

$$\widehat{\ln(BNP_{1971})} = 6{,}9636 + 0{,}0269 \cdot 2$$
$$= 7{,}0174$$
$$\widehat{BNP}_{1971} = e^{7{,}0174} = 1115{,}882$$

$$\widehat{BNP}_{1971} - \widehat{BNP}_{1969} = 1115{,}882 - 1057{,}33$$
$$= \underline{\underline{58{,}552}}$$ D

BI HANDELSHØYSKOLEN

Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo

Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500

www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

8. Gammel verdi: $\cancel{1{,}17} + 0{,}56 \cdot X + 0{,}31 \cdot 2$

B_1 $\qquad$ $M=2$

$+ 0{,}12 \cdot X \cdot 2$

M

Ny verdi: $\cancel{1{,}17} + 0{,}56 \cdot (X+1) + 0{,}31 \cdot 2$

$+ 0{,}12 \cdot (X+1) \cdot 2$

M

Endring: Ny − Gammel

$= \cancel{1{,}17} + 0{,}56(X+1)$

$+ \cancel{0{,}31 \cdot 2} + 0{,}12 \cdot (X+1) \cdot 2$

$- (\cancel{1{,}17} + 0{,}56 \cdot X + \cancel{0{,}31 \cdot 2}$

$+ 0{,}12 \cdot X \cdot 2)$

$= 0{,}56 \cdot (X+1-X)$

$+ 0{,}12 (X+1-X) \cdot 2$

$= 0{,}56 + 0{,}12 \cdot 2$

$= 0{,}56 + 0{,}24 = \underline{\underline{0{,}80}}$ $\underline{\underline{D}}$

BI HANDELSHØYSKOLEN
Nydalsveien 37, 0484 Oslo
Postadresse 0442 Oslo
Telefon 06600
Telefaks 21 04 80 00
Studieinfo. tlf. 810 00 500
www.bi.no
info@bi.no
Org. nr. 971 22 8865

9. Gammel verdi: $\beta_1 + \beta_3 M + (\beta_2 + \beta_4 M) X$

Ny verdi: $\beta_1 + \beta_3 M + (\beta_2 + \beta_4 M) \cdot X'$

X': ny verdi for X

X: opprinnelig verdi for X

Ny verdi − Gammel verdi

$$= \cancel{\beta_1} + \cancel{\beta_3 M} + (\beta_2 + \beta_4 M) X' - (\cancel{\beta_1} + \cancel{\beta_3 M} + (\beta_2 + \beta_4 M) X)$$

$$= \underbrace{(\beta_2 + \beta_4 M)}\underbrace{(X' - X)}_{\text{endringen i } X}$$

<u>C</u>

10. <u>D</u>