

## TEMA 10: Heteroskedastisitet

- ① Kjenne tegn, årsaker og konsekvenser
- ② Hvordan oppdager vi heteroskedastisitet?
- ③ Modellering av heteroskedastisitet
- ④ Oppgavesett 10

# ① Kjennetegn, årsaker og konsekvenser

Husk!

$$Y_i = \beta_0 + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + u_i$$

$$i = 1, 2, \dots, n$$

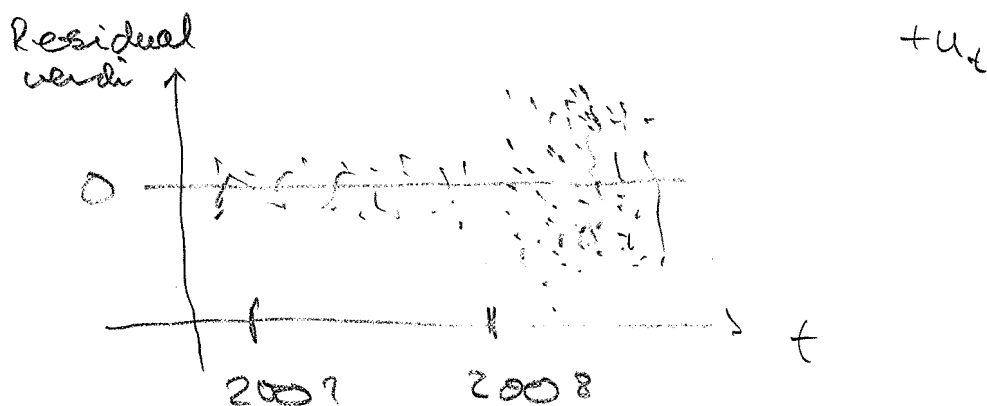
Homoskedastisitet:  $E(u_i^2) = \sigma^2$  for hver  $i$

Heteroskedastisitet:  $E(u_i^2) = \sigma_i^2$  varierer med  $i$

Intuitivt: "Presisjonen" til forklaringen varierer med  $i$

Hva er årsakene til heteroskedastisitet?

Eksempel: Residualene til en valutakursmodell, f.eks.  $r_t = \beta_1 + \beta_2 \Delta i_t + u_t$



↳ Finanskrisen har endret  $\beta$ ene (strukturelt brudd)

Eksempel: Seriene selv

Eksempel: Finansielle avkastninger

Howdan håndterer vi hetero-  
skedastisitet?

Avhenger av årsak/kilde til hetero-  
skedastisiteten:

→ Hvis kilden er endringer i  $\beta$ ene  
så må vi forsøke å forbedre  
modellen (lag, legge til variabler,  
omgjørte variabler, osv.)

→ Hvis kilden ikke er endringer  
i parametrene, så kan vi bruke  
heteroskedastisitetrobuste  
standard feil, f. eks. av typen  
White (1980)

Konsekvenser av heteroskedasti-  
sitet (når kilden ikke er endringer  
i parametrene):

= OLS estimatene forblir forventningsrette og konsistente, men ikke effisiente estimater (ikke lenger BLUE)

= se(b) : Ukorrekte! Med andre ord, alle t-testene våre er feil

=  $\hat{\sigma}$  : Galt estimat! Med andre ord, alle F-testene våre er gale

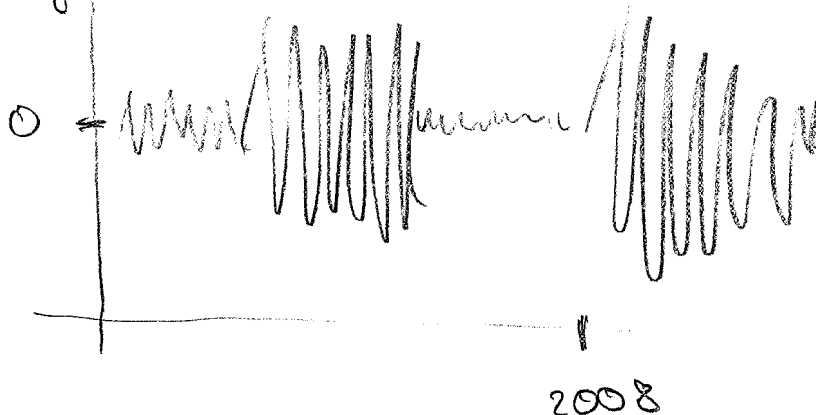
↳ Det samme gjelder konfidensintervaller

White (1980) sine funn heteroskedastisitetstobuste standardfeil

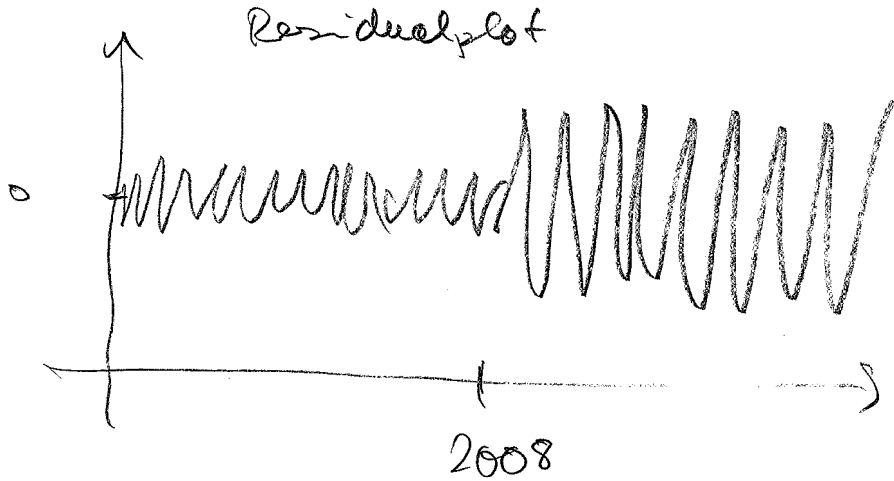
2) Hvordan oppdager vi heteroskedastisitet?

-> Se på residualplottet (1EViews...)

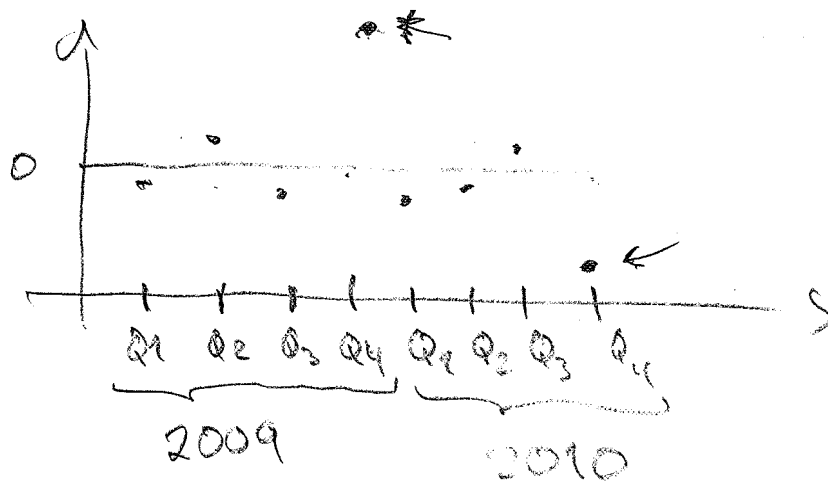
%-endring



Typisk i finans



Typisk for  
strukturelle  
endring  
(B'ene  
endrer seg)



-> Statistiske tester

↳ Forelesninger: White sin test  
fra 1980

## White (1980) testen for hetero- skedastisitet (uten kryssprodukter)

La  $\hat{u}$  være residualene til estimatet  
av:

$$Y = B_1 + B_2 X_2 + \dots + B_K X_K + u \quad (1)$$

1. Estimer:

$$\hat{u}^2 = A_1 + A_2 X_2 + \dots + A_K X_K + C_2 X_2^2 + \dots + C_K X_K^2 + u$$

2. Gjennomfør følgende test

(Homos. :)  $H_0: A_2 = 0, A_3 = 0, \dots, A_K = 0,$   
 $C_2 = 0, C_3 = 0, \dots, C_K = 0$

(Hetero:)  $H_1$ : Én eller flere av likhetene i  $H_0$   
gjelder ikke

Testobservator (kji-kvadratfordelt  
med  $2k-2$  frihetsgrader):

ant. likheter  
i  $H_0$   $\rightarrow$   $n - R^2$

hvor  $n =$  ant. obs. og hvor  $R^2$  er  $R^2$   
til (2)

Intuisjon: Testen finner "upresisjon" som avhenger av størrelsen (i absolutt verdi) på verdiene til  $x$ 'ene og  $x$ 'ene kvadrert

Eksempel: Huspriser 2: USA

$$\text{pris} = B_1 + B_2 \text{Vurdering} + u$$

EViews estimator:

$$\hat{\text{pris}} = -14471,78 + 0,97554 \text{Vurdering}$$

White-testen:

1. Lag residualvariabelen  $\hat{u}$  med navn (f.eks.) "uvar": Quick  $\rightarrow$  Generate Series  $\rightarrow$  skriv "uvar = resid", trykk "OK"
2. Estimer testlikning: Quick  $\rightarrow$  Estimate Equation  $\rightarrow$  skriv "uvar c vurdering vurdering^2"

Resultater:

$$\hat{A}_1 = 1,71E+09$$

$$\hat{A}_2 = -4944,374$$

$$\hat{C}_2 = 0,015963$$

$$n = 88$$

$$R^2 = 0,030881$$

$$\begin{aligned} \text{Frihetsgrader} &= 2k - 2 \\ &= 2 \cdot 2 - 2 = 2 \end{aligned}$$

Kritisk verdi ( $\alpha = 0,05$ ):  $\chi^2_{0,05}(2) = 5,9915$

$$\begin{aligned} \text{Testobservator: } n \cdot R^2 &= 88 \cdot 0,030881 \\ &= \underline{\underline{2,717528}} \end{aligned}$$

Konklusjon: Vi forkaster ikke hypotesen om homoskedastisitet, dvs. resultatet støtter ikke hypotesen om at presisjonen til forklaringsvariabelen avhenger av dens verdi.



MERK: "Automatisk" White test i  
EViews utelater forklaringsvariablene  
fra testlikningen!

Eksempel: Huspriser 2 i USA

$$\hat{preis} = -14471,78 + 0,97554 \text{ Vurdering}$$

"Automatisk" White test i EViews:

1. View  $\rightarrow$  Residual Tests

$\rightarrow$  Heteroskedasticity  
Tests...

2. Velg "White", og velg bort

"White cross terms"

Estimate til  $\hat{u}^2 = A_1 + c_2 \text{ Vurdering}^2$

+ W:

$$\hat{A}_1 = 7,96E+08$$

$$\hat{c}_2 = 0,009997$$

Testoperator:

$$\underline{n \cdot R^2} = 88 \cdot 0,030488 = 2,682958$$

Obs \* R-squared

P-verdi (Frob Chi-Square (1)):

0,1014

Konklusjon: Vi beholder  $H_0$  (homos.)  
på de vanligste signifikansnivåene

White (1980) sine formuler  
i EViews:

1. Estimate  $\rightarrow$  Options

2. Velg "Heteroskedasticity  
consistent coefficient

covariance"  $\rightarrow$  Velg "White"

3. Trykk OK

MERK: Hvis det ikke er  
heteroskedastisitet, så vil White (1980)  
sine formuler gi like resultater  
som de vanlige formulene  
asymptotisk (når  $n$  er veldig  
stor)

(3) Modellering av heteroskedastisitet

Hvis vi kan modellere  $\hat{u}^2$  eksplisitt  
så er det mulig å få enda bedre  
estimerer på  $se(b)$  enn White (1980)  
sine formler

$$se(b) = \sqrt{\text{Var}(b)}$$

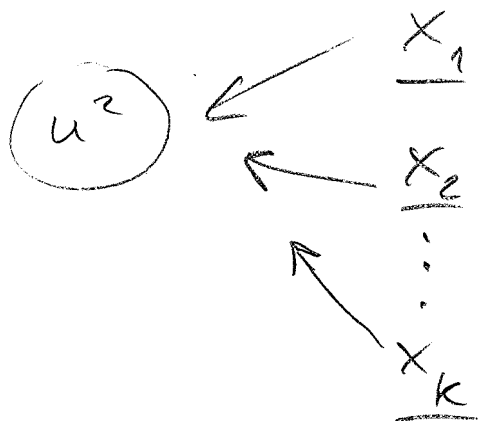
## ④ Oppgavesett 10

Husk: Intuitivt så er heteroskedastisitet  
at presisjonen til regresjonslinja varierer

↳ Mer formelt så er det en konsekvens av at  
regresjonslinja ikke forklarer/predi-  
kerer like godt for de ulike  
verdiene på  $x$ 'ene:

$E(u_i^2 | x_2, x_3, \dots, x_k)$  er ikke  
konstant for ulike kom-  
binasjoner av verdiene  $x_2, x_3, \dots,$   
 $x_k$

↳ Med andre ord,  $x$ 'ene har en inn-  
virkning (linear eller ikke-linear) på  
 $u^2$ :



1. A) Galt, for heteroskedastisitet har med feillemmet/residualen å gjøre
- B) Galt, for heteroskedastisitet er ikke et kjennetegn som omhandler forholdet mellom feillemmet og avhengig variabel
- C)  $E(u_i^2) \leftarrow x$ 'ene

Riktig

D) Galt, for et kjennetegn ved OLS estimering er at residualene ikke er korrelerte med forklaringsvariablene

2.  $E(u^2_i)$  en funksjon av  $X_i$ : Heteroskedastisitet

A) Galt

B) Riktig

C), D) Galt

3. Likning (2) kan brukes i en test (som likner på White sin) for heteroskedastisitet. Testoperatoren ( $K_{ji}$ -kvadratfordelt):

$$n \cdot R^2$$

↑ må være stor for at  $X_2$  og  $X_3$  skal ha signifikant innvirkning

D) Riktig

4.  $\hat{u}_{it}^2 = c_1 + c_2 D + w$ : Variasjon i  
feilledet signifikant forskjellig for de  
to selskapene  $\Rightarrow c_2$  er signifikant  
 $\Rightarrow$  heteroskedastisitet

B) Riktig